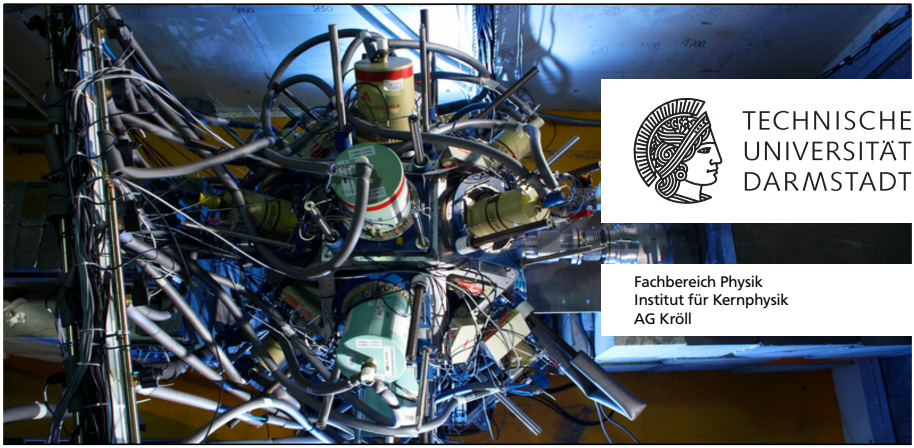
# Identifikation niederenergetischer isovektorieller Oktupolanregungen in $^{144}$Nd

**Identification of low-lying isovectorial octupole excitations in $^{144}$Nd**

Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Dissertation von Michael Friedrich Erhard Thürauf, M.Sc. aus Heidelberg
Tag der Einreichung: 24. Januar 2017, Tag der Prüfung: 22. Februar 2017
2017 — Darmstadt — D 17

1. Gutachten: Prof. Dr. phil. nat. Thorsten Kröll
2. Gutachten: Prof. Dr. rer. nat. Dr. h. c. Norbert Pietralla




NEUTRONS FOR SCIENCE
DFG
HGS-HIRe for FAIR
Helmholtz Graduate School for Hadron and Ion Research

Identifikation niederenergetischer isovektorieller Oktupolanregungen in $^{144}$Nd
Identification of low-lying isovectorial octupole excitations in $^{144}$Nd

Genehmigte Dissertation von Michael Friedrich Erhard Thürauf, M.Sc. aus Heidelberg

1. Gutachten: Prof. Dr. phil. nat. Thorsten Kröll
2. Gutachten: Prof. Dr. rer. nat. Dr. h. c. Norbert Pietralla

Tag der Einreichung: 24. Januar 2017
Tag der Prüfung: 22. Februar 2017

Darmstadt — D 17

Bildquelle des Titelbildes: www.ill.eu

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:
URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-62011
URL: http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/6201

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,
E-Publishing-Service der TU Darmstadt
http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de
tuprints@ulb.tu-darmstadt.de




Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:
Namensnennung – Keine kommerzielle Nutzung – Keine Bearbeitung 4.0 International
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/

# Erklärung zur Dissertation

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 22. Februar 2017

(Michael Thürauf)

# Inhaltsverzeichnis


**1. Einleitung und Motivation** **9**

**2. Theoretische und experimentelle Grundlagen** **15**
2.1. Elektromagnetische Übergänge . . . . . 15
2.2. Übergangswahrscheinlichkeiten . . . . . 18
2.3. Multipol-Mischungsverhältnisse . . . . . 20
2.4. $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationen . . . . . 23
2.5. Theoretische Berechnung der Abschwächungskoeffizienten bei Winkelkorrelationsmessungen . . . . . 26
2.6. Compton-Polarimetrie . . . . . 32

**3. Theoretische Berechnungen für $^{144}$Nd** **41**
3.1. Oberflächenvibrationen . . . . . 41
3.2. IBM – Das Interacting Boson Model . . . . . 44
3.3. QPM – Das Quasiteilchen Phonon Modell . . . . . 48

**4. Experimentelle Aufbauten und Durchführung** **53**
4.1. Der EXGOAM@ILL-Aufbau . . . . . 53
4.1.1. Oktupolzustände in $^{144}$Nd . . . . . 57
4.2. Der GAMS@ILL-Aufbau . . . . . 61
4.2.1. Die Gamma Ray Induced Doppler Broadening Methode – GRID 62
4.2.2. Das GAMS6-Detektorsystem . . . . . 64

**5. Datenaufbereitung** **69**
5.1. Der Eventsorter . . . . . 69
5.2. Der Eventbuilder . . . . . 73
5.3. Der Addback-Algorithmus . . . . . 74

**6. Datenanalyse und Ergebnisse** **79**
6.1. Erzeugung effizienzkalibrierter $\gamma\gamma$-Matrizen . . . . . 79
6.2. Bestimmung der Skalierungs- und Abschwächungs-Faktoren mit $^{152}$Eu 82
6.3. Quadrupolzustände in $^{144}$Nd . . . . . 84
6.4. Oktupolzustände in $^{144}$Nd . . . . . 90

6.4.1. Bestimmung der Multipol-Mischungsverhältnisse $\delta(3_i^- \rightarrow 3_1^-)$ 90
6.4.2. Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse $b(3_3^- \rightarrow J_x)$ . . . . 92
6.4.3. Bestimmung der Lebendauer $\tau(3_3^-)$ . . . . . 94
6.4.4. Bestimmung der Übergangsstärke $B(\sigma L; 3_3^- \rightarrow 3_1^-)$ . . . . . 102
6.5. Doppel-Oktupolzustände in $^{144}$Nd . . . . . 107
6.6. Bestimmung der Polarisationssensitivität von EXILL . . . . . 113

**7. Diskussion und Ausblick** **121**
7.1. Isovektorieller Oktupolzustand . . . . . 121
7.2. 2-Phonon-Oktupolzustände . . . . . 131
7.3. Ausblick . . . . . 133

**A. Levelschemata** **135**

**B. Literaturverzeichnis** **141**

**C. Eigene Publikationen** **145**

**D. Abbildungsverzeichnis** **147**

**E. Tabellenverzeichnis** **151**

**F. Danksagung** **153**

# Zusammenfassung

Kürzlich wurden erste Kandidaten für nieder-energetische isovekorielle Zustände, sog. „mixed-symmetry“ Zustände, im Oktupolsektor vorgeschlagen, die im Rahmen des $sdf$-IBM-2 vorhergesagt werden. Die zweifelsfreie Identifikation dieser Zustände trägt wesentlich zur Dekomposition der Oktupol-Oktupol-Restwechselwirkung in einen isoskalaren und isovektoriellen Anteil bei.

In $^{144}$Nd ist der $3_3^-$ Zustand bei 2778 keV ein guter Kandidat für einen solchen „mixed-symmetry“ Oktupolzustand. Für den Übergang von einem „mixed-symmetry“ Oktupolzustand in den symmetrischen $3_1^-$ Zustand erwartet man eine starke $M1$-Komponente. Um die Natur dieses Zustands zu klären, wurde im Verlauf der $(\mathrm{n},\gamma)$-Kampagne mit dem EXILL-Aufbau am ILL, Grenoble, ein $^{143}$Nd$(\mathrm{n},\gamma)$-Experiment durchgeführt. Mit den Daten aus dieser Kampagne war es erstmals möglich, die Multipol-Mischungsverhältnisse $\delta$ der Übergänge $3_i^- \rightarrow 3_1^-$ sowie die Verzweigungsverhältnisse $b$ präzise zu bestimmen und damit die Natur der $3_i^-$-Zustände festzulegen. Ebenfalls wurde die Lebensdauer des $3_3^-$ Zustands mit GAMS6, einem hochauflösenden Spektrometer am ILL, bestimmt, um mit den Resultaten beider Experimente, den $B(M1; 3_3^- \rightarrow 3_1^-)$-Wert festzulegen:

$$\begin{aligned} \delta\left(3_3^- \rightarrow 3_1^-\right) &= 0.54(4)\,, \\ b\left(3_3^- \rightarrow 3_1^-\right) &= 33.44(46)\,\%\,, \\ \tau\left(3_3^-\right) &\leq 77\,\mathrm{fs}\,, \\ B\left(M1; 3_3^- \rightarrow 3_1^-\right) &\geq 0.10\,\mu_N^2\,. \end{aligned}$$

Im Rahmen dieses Projekts konnten auch erste Kandidaten für $[3^- \otimes 3^-]_{2^+}$ und $[3^- \otimes 3^-]_{4^+}$ in $^{144}$Nd vorgeschlagen werden. Diese Klasse von Zuständen wurde bislang nur im halbmagischen Kern $^{146}$Gd und $^{208}$Pb identifiziert.

# Abstract

Recently, first candidates for low-lying isovector states in the octupole sector were suggested. This class of states is predicted in the frame of the $sdf$-IBM-2. Due to the isovector character the unambiguous identification of those states will contribute to the decomposition of the octupole-octupole residual interaction in an isoscalar and isovector part.

In $^{144}$Nd the $3^-_3$ level at 2778 keV is a good candidate for such a "mixed-symmetry" octupole state. For a transition from a "mixed-symmetry" octupole state to the symmetric octupole phonon a strong $M1$ component is expected. In order to clarify the nature of this state, a $^{143}$Nd(n,$\gamma$)-experiment was conducted with the EXILL-setup at the ILL, Grenoble, in the frame of the (n,$\gamma$) campaign. Following neutron capture the $3^-$ states are populated and EXILL provides the opportunity to determine the multipole-mixing ratios $\delta$ of the $3^-_i \rightarrow 3^-_1$ transitions as well as the branching ratios $b$ precisely and, therefore, to determine the nature of the $3^-_3$ state. Also the lifetime of the $3^-_3$ state was determined with GAMS6, a high-resulution spectrometer at ILL, to be able to calculate the $B(M1; 3^-_3 \rightarrow 3^-_1)$ value using the results of both experiments:

$$\begin{aligned} \delta\left(3^-_3 \rightarrow 3^-_1\right) &= 0.54(4)\,, \\ b\left(3^-_3 \rightarrow 3^-_1\right) &= 33.44(46)\,\%\,, \\ \tau\left(3^-_3\right) &\leq 77\,\mathrm{fs}\,, \\ B\left(M1; 3^-_3 \rightarrow 3^-_1\right) &\geq 0.10\,\mu_N^2\,. \end{aligned}$$

In the frame of this project, additionally, first candidates for $[3^- \otimes 3^-]_{2^+}$ and $[3^- \otimes 3^-]_{4^+}$ in $^{144}$Nd can be suggested. This class of states is up to the present day identified in the semimagic nucleus $^{146}$Gd and $^{208}$Pb only.

# 1 Einleitung und Motivation

In einem einfachen anschaulichen Bild, in dem man sich einen Atomkern als eine Zwei-Komponenten-Quantenflüssigkeit aus Protonen und Neutronen vorstellt, beschreiben isovektorielle Zustände Kernanregungen, bei denen sich die Protonen- und Neutronenkomponente gegenphasig zueinander bewegt. Die Gesamtwellenfunktion des ersten angeregten (isoskalaren) $2^+_1$ Zustands, bei dem beide Komponenten in Phase zueinander sind, lässt sich schreiben als Linearkombination von einem Protonen-$2^+$- und Neutronen-$2^+$ Zustand:

$$\left|2^+_{\mathrm{sym}}\right\rangle = \alpha \left|2^+_\pi\right\rangle + \beta \left|2^+_\nu\right\rangle . \tag{1.1}$$

Die Faktoren $\alpha$ und $\beta$ sind die Amplituden der Basiszustände. Wie bei allen Zwei-Komponenten-Quantensystemen kann diese Kopplung symmetrisch (isoskalar) oder anti-symmetrisch (isovektoriell) unter Austausch der beiden Komponenten sein:

$$\left|2^+_{\mathrm{asym}}\right\rangle = \beta \left|2^+_\pi\right\rangle - \alpha \left|2^+_\nu\right\rangle . \tag{1.2}$$

Die gegenphasige Bewegung beider Komponenten wird deutlich, wenn man das Minuszeichen als $\exp(\mathrm{i}\pi)$ schreibt und als Phasenfaktor $\pi$ interpretiert. Bei einer attraktiven Wechselwirkung zwischen beiden Komponenten wird die isoskalare Kopplung energetisch abgesenkt und die isovektorielle Kopplung angehoben. Anschaulich kann man ein solches System mit zwei über eine Feder gekoppelte Pendel vergleichen: Schwingen beide Massen in Phase trägt die Verbindungsfeder nichts zum Potential bei und beide Pendel schwingen mit ihrer Eigenfrequenz. Bei der gegenphasigen Mode wird die Kopplungsfeder elongiert und gestaucht, was zu einer Erhöhung der Gesamtenergie des Systems führt. Für die Kernphysik bieten isovektorielle Anregungen einen Zugang zur Proton-Neutron-Wechselwirkung in den jeweiligen Freiheitsgraden wie in dieser Arbeit dem Oktupol-Oktupol-Freiheitsgrad.

Am *Institut für Kernphysik* der TU Darmstadt stellt die Untersuchung der Kernstruktur einen Eckpfeiler im Forschungsspektrum des Instituts dar. Einen Durchbruch erreichte das Institut im Jahr 1983 als die Gruppe um Achim Richter die Scherenmode in $^{156}$Gd erstmalig experimentell in Elektronenstreuung am DALINAC, dem hauseigenen Elektronenbeschleuniger, nachwies [1]. Die $1^+$ Scherenmode [2, 3, 4, 5] in deformierten Kernen oder die gemischt-symmetrischen $2^+$ Zustän-

de (engl. mixed-symmetry states) in nahezu sphärischen Kernen [6, 7] gehören zur Klasse der niederenergetischen isovektoriellen Zuständen, welche bis zum heutigen Zeitpunkt recht gut erforscht sind. Im Oktupolsektor sind gemischt-symmetrische Zustände hingegen kaum bekannt, werden aber vom $sdf$-IBM-2 [8] vorhergesagt. Im Jahr 2003 wurden im Kern $^{94}$Mo erstmals starke $M1$-Übergänge zwischen höheren $3_i^-$ Zuständen ($i > 1$) und dem $3_1^-$ Zustand gemessen [9], was im Quadrupolsektor bei Übergängen zwischen höherliegenden $2_i^+$-Zuständen ($i > 1$) und dem $2_1^+$ Zustand als Kennzeichen einer isovektoriellen Anregung gilt [5, 10]. Durch Experimente in inelastischer Neutronenstreuung an der University of Kentucky, USA, konnten in den Kernen $^{92}$Zr, $^{96}$Mo und $^{144}$Nd weitere Kandidaten für isovektorielle Oktupolanregungen identifiziert werden [11, 12]. Die Zuordnung dieser Zustände als isovektorielle Oktupolphononen wird durch Messungen in $(\mathrm{e},\mathrm{e}')$-, $(\mathrm{p},\mathrm{p}')$- und $(\mathrm{d},\mathrm{d}')$-Experimenten unterstützt [13].

Experimentell findet man starke Oktupolkorrelationen in Kernen, bei denen die Protonen- und/oder die Neutronenzahl die Werte 34, 56, 88 und für Neutronen 134 annehmen. Dieses Phänomen lässt sich mit der Schalenstruktur dieser Kerne erklären. Abbildung 1.1 zeigt die möglichen Orbitale im Schalenmodell zwischen den magischen Zahlen 50 und 126. In orange sind die Intruderorbitale aus den höheren Schalen gezeichnet, die jeweils entgegengesetzte Parität gegenüber den anderen Orbitalen der Schale haben. Starke Oktupolkorrelation entstehen im Schalenmodell durch Teilchen-Loch-Kopplungen, bei denen $\Delta l = \Delta j = 3$ und $\Delta N = 1$ gilt. $l$ ist dabei die Bahndrehimpulsquantenzahl, $j$ der Gesamtspin des Orbitals und $N$ die Oszillatorquantenzahl. Die Bedingung $\Delta N = 1$ wird automatisch durch die Einbindung des Intruderorbitals gewährleistet. In der Region „nordöstlich“ des doppeltmagischen Kerns $^{132}$Sn werden das $\pi 2d_{5/2}$-Orbital und das $\nu 2f_{7/2}$-Orbital mit Nukleonen gefüllt, so dass das Fermi-Niveau nahe an das Niveau des Intruderzustands heranrückt. Hier können leicht Kopplungen mit $[\pi 2d_{5/2}^{-1}, \pi 1h_{11/2}]_{3^-}$ und $[\nu 2f_{7/2}^{-1}, \nu 1i_{13/2}]_{3^-}$ gebildet werden und das Matrixelement $\langle N, l, j \,|\, T(E3) \,|\, N+1, l+3, j+3\rangle$, das ein Maß für die Oktupolstärke ist, wird bei $^{144}$Ba mit $Z = 56$ und $N = 88$ maximal ($B(E3; 3_1^- \rightarrow 0_1^+) = 48^{+25}_{-34}$ W.u. [14]). Allerdings ist dieses Isotop (vgl. Abb. 1.2) auf der neutronenreichen Seite des Tals der Stabilität und zerfällt nach kurzer Zeit unter $\beta^-$-Zerfall, so dass dieser Kern nur mit radioaktiven Ionenstrahlen oder in Spaltreaktionen experimentell zugänglich ist und eine Analyse der interessanten $3_i^-$ Zustände ($i > 1$) extrem schwierig ist. Folgt man der Isobarenkette in Richtung Tal der Stabilität, so gelangt man zum Isotop $^{144}$Nd. Dieses Isotop ist experimentell mit einem Wirkungsquerschnitt von $\sigma_{\mathrm{th}} = 330\,\mathrm{b}$ durch thermischen oder kalten Neutroneneinfang von $^{143}$Nd gut zugänglich.

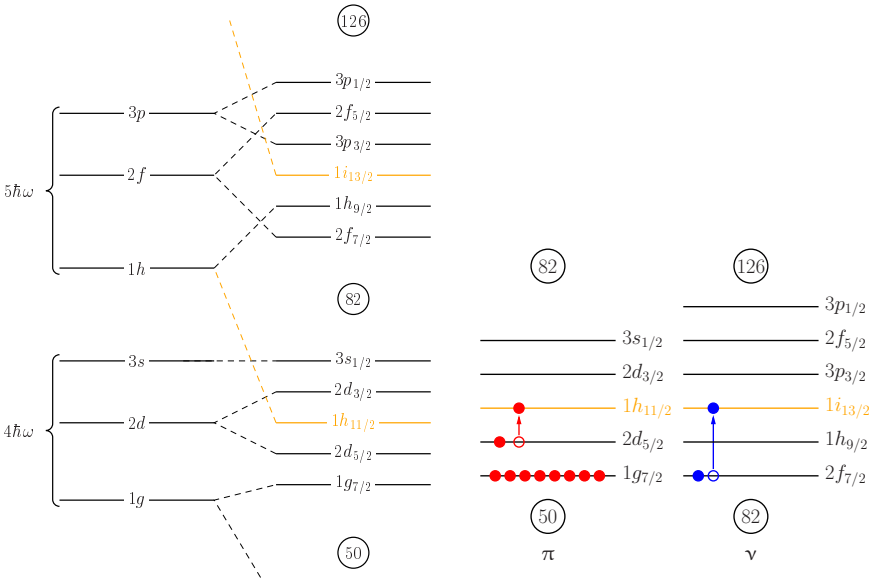



**Abbildung 1.1.:** Im linken Teil ist ein partielles Levelschema des Schalenmodells zwischen den magischen Zahlen 50 und 126 zu sehen. Die in orange markierten Orbitale sind die jeweiligen $(N+1)\hbar\omega$-Intruderorbitale, die eine andere Parität haben als die übrigen Orbitale der gleichen Schale ($N\hbar\omega$). Im rechten Teil ist eine mögliche Konfiguration für einen Oktupolzustand $[\pi 2d_{5/2}^{-1}, \pi 1h_{11/2}]$ und $[\nu 2f_{7/2}^{-1}, \nu 1i_{13/2}]$ gezeigt. Beide Teilchen-Loch-Paare erfüllen $\Delta l = \Delta j = 3$ und $\Delta N = 1$.

In dieser Reaktion werden unter anderem die für unser Forschungsprojekt relevanten Oktupolzustände in $^{144}$Nd ausreichend bevölkert [15, 16], was uns dazu bewegte, am *Institut Laue-Langevin* (ILL) in der EXILL-Kampagne ein Neutroneneinfangexperiment durchzuführen, sowie die Lebensdauer einiger angeregter Zustände mit GAMS@ILL zu vermessen. Ziel dieser Arbeit ist es, den $3_3^-$ Zustand bei 2779 keV als isovektoriellen Oktupolzustand sicher zu identifizieren, was durch eine Kombination aus beiden Messungen erfolgen soll. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 1.3 ein partielles Levelschema der niederenergetischen Zustände in $^{144}$Nd gezeigt. Der $3_2^-$ Zustand bei 2606 keV kann als isovektorieller Oktupol-Kandidat ausgeschlossen werden, da dieser mit einem starken $E2$-Übergang (in Abb. 1.3 rot eingezeichnet) von $B(E2; 3_2^- \rightarrow 3_1^-) = 23(4)$ W.u. zerfällt [11]. In

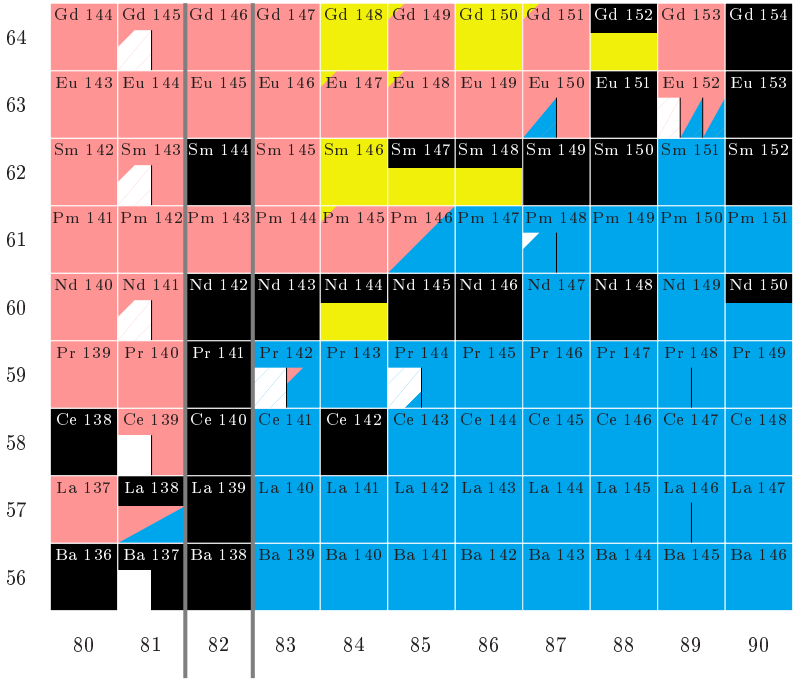



**Abbildung 1.2.:** Ausschnitt aus der Nuklidkarte um das Isotop $^{144}$Nd.

Ref. [16] wird der $3_2^-$ als Teil des $[3^- \otimes 2^+]$-Quintetts und damit als 2-Phonon-Zustand identifiziert. Für den im Levelschema blau hervorgehobenen Übergang $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ erwarten wir hingegen ein starkes $M1$-Matrixelement in der Größenordnung von $\sim 1\,\mu_N$. Der $B(E3; 3_3^- \rightarrow 0_1^+)$-Wert von 7.29(70) W.u. gemessen in inelastischer Protonen- und Deuteronstreuung [17] unterstreicht die 1-Phonon-Natur des $3_3^-$ Zustands.

In der Literatur ist bereits ein $B(M1)$-Wert von $51^{+29}_{-23}$ mW.u. bzw. $0.09^{+5}_{-4}\,\mu_N^2$ und ein $B(E2)$ von $2.4^{+14}_{-11}$ W.u. aus der $(\mathrm{n}, \mathrm{n}'\gamma)$-Messung von S. F. Hicks angegeben [11]. Bei dieser Messung konnte jedoch der Übergang $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ nicht sauber von einem Übergang $(2^+) \rightarrow 2_2^+$ getrennt werden, da beide Übergänge die gleiche Übergangsenergie von 1268 keV besitzen und die entvölkerten Zustände genau 50 keV auseinander lagen, was in etwa der Halbwertsbreite der Neutronenenergie im Eingangskanal entsprach. Hinzu kommt, dass die Energie im Eingangskanal um einige keV größer gewählt werden muss als die Levelenergie des zu untersuchenden Zustands, um eine ausreichende Bevölkerung zu garantieren und dadurch

sowohl der $3_3^-$ Zustand als auch der Zustand bei 2829 keV bevölkert werden. In den EXILL-Daten kann durch Setzen eines Energiegates in den $\gamma\gamma$-Koinzidenzdaten der Offlineanalyse auf den Übergang $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ der Übergang $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ spektroskopisch getrennt werden und eine $\gamma\gamma$-Winkelkorrelations-Analyse zur Bestimmung des Multipol-Mischungsverhältnisses $\delta(3_3^- \rightarrow 3_1^-)$ durchgeführt werden.

Durch die EXILL-Messung konnten auch erste Kandidaten für Doppel-Oktupol-Zustände $[3^- \otimes 3^-]_{2^+}$ und $[3^- \otimes 3^-]_{4^+}$ in $^{144}$Nd bestimmt werden, deren Lebensdauer in derselben Kampagne mit GAMS bestimmt wurden. Doppel-Oktupol-Zustände sind bislang nur in den Kernen $^{146}$Gd und $^{208}$Pb bestätigt worden [18, 19, 20]. Beide Kerne gelten als oktupolkollektiv und haben als Besonderheit einen $3^-$ Zustand als ersten angeregten Zustand in ihrem Levelschema.

In dieser Arbeit werden im nächsten Kapitel die zur Analyse notwendigen Grundlagen erläutert, gefolgt von einem Kapitel, welches relevante theoretische Kernmodelle wie das IBM und das QPM kurz beschreibt. In Kapitel 4 werden die beiden experimentellen Aufbauten EXILL und GAMS erklärt. Der im Rahmen dieser Arbeit implementierte Eventbuilder wird in Kapitel 5 beschrieben. Die Kapitel 6 und 7 befassen sich mit der Datenanalyse und deren Interpretation und schließen mit einem Ausblick ab.

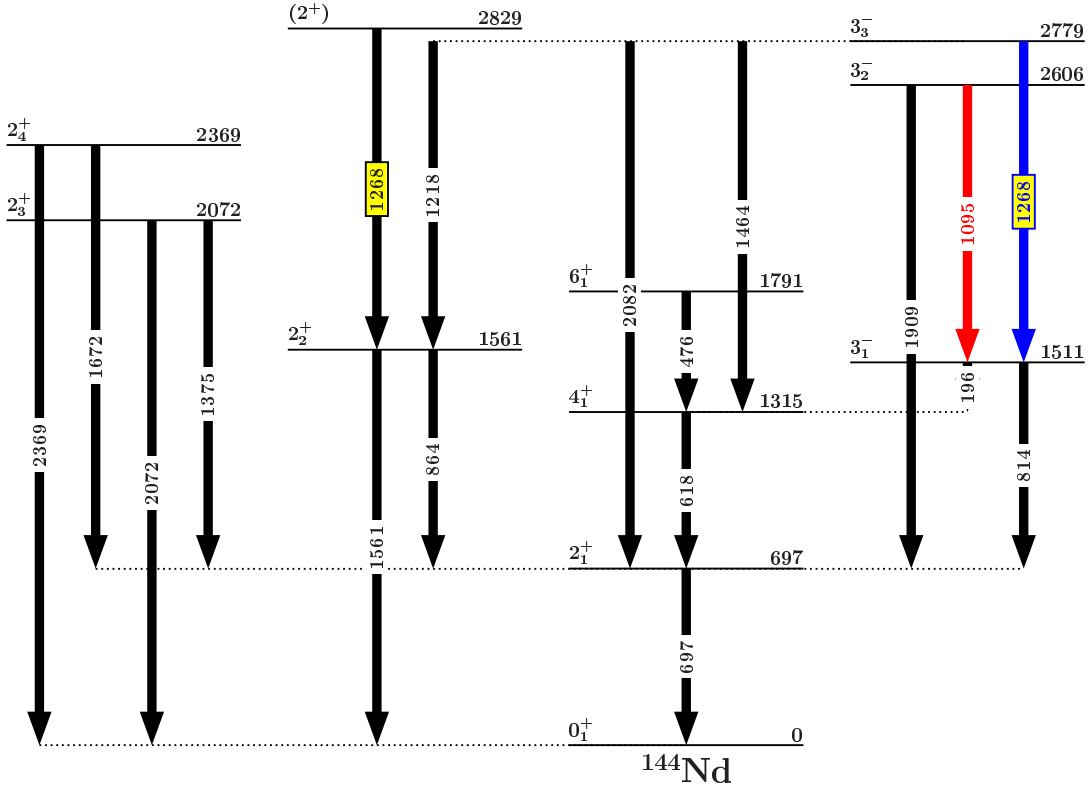



**Abbildung 1.3.:** Partielles Levelschema der niederenergetischen Zustände von $^{144}$Nd. Das Hauptinteresse dieser Arbeit liegt in der Bestimmung der $B(M1)$- und $B(E2)$-Stärke des blau markierten Übergangs $3_3^- \rightarrow 3_1^-$. Zustands- und Übergangsenergien wurden aus Ref. [11] entnommen.

# 2 Theoretische und experimentelle Grundlagen

In diesem Kapitel werden die mathematischen und physikalischen Grundlagen, die in der späteren Analyse Anwendung finden, erläutert. Hierbei werden unter anderem die Themen elektromagnetische Übergänge in Kernen, $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationen und Compton-Polarimetrie behandelt.

## 2.1 Elektromagnetische Übergänge

Angeregte Kerne können in energetisch tiefer liegende Zustände oder den Grundzustand durch Emission von elektromagnetischer Strahlung ($\gamma$-Quanten) oder Teilchen wie z. B. Konversionselektronen übergehen. Die Vorgänge, die zur Emission von elektromagnetischer Strahlung führen, können im Rahmen der klassischen Elektrodynamik hinreichend genau beschrieben werden. In der Quantenelektrodynamik (QED) wird der Zusammenhang zwischen Strahlungsfeld und Photonen geklärt. Anschaulich bedeutet die Emission von elektromagnetischer Strahlung eine Umverteilung der Ladungs- und Stromverteilung im System bzw. im Kern.

Aus Gründen der Energie-, Drehimpuls- und Paritätserhaltung können für Übergänge zwischen Kernzuständen Auswahlregeln definiert werden [21]:

$$E_i = E_f + E_\gamma \,, \tag{2.1}$$

$$\left|J_i - J_f\right| \leq L \leq J_i + J_f \,, \tag{2.2}$$

$$m_i = m_f + m_\gamma \,, \tag{2.3}$$

$$\pi_i = \pi_f \cdot \pi_\gamma \,. \tag{2.4}$$

Hierbei bezeichnet $E$ die Energie, $J$ den Kernspin, $m$ die Magnetquantenzahl bzgl. des Kernspins und $\pi$ die Parität der beteiligten Zustände. Der Index $i$ bzw. $f$ unterscheidet die Quantenzahlen vom Anfangs- bzw. Endzustand. Das emittierte Photon ändert den Zustand des Kerns um die Energie $E_\gamma$, die Parität $\pi_\gamma$ und den Drehimpuls $L$ mit der Projektion $m_\gamma$. Es sei an dieser Stelle auch erwähnt, dass beim elektromagnetischen Zerfall auch ein Impuls auf den Kern übertragen wird, was

bei der in dieser Arbeit angewendeten Methode der Lebensdauermessung relevant sein wird.

In der klassischen Elektrodynamik lässt sich zeigen, dass für elektromagnetische Felder eine Multipolentwicklung durchgeführt werden kann. Wir wollen nun das Strahlungsfeld gemäß der Multipolordnung $L$ entwickeln. Dabei gehen wir von den Maxwell-Gleichungen für den quellenfreien Raum aus

$$\operatorname{div}\vec{E} = 0\,, \tag{2.5}$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\dot{\vec{B}}}{c}\,, \tag{2.6}$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0\,, \tag{2.7}$$

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \frac{\dot{\vec{E}}}{c}\,, \tag{2.8}$$

wobei $c$ die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Mit dem Ansatz, dass $\vec{E}$ und $\vec{B}$ eine Zeitabhängigkeit gemäß $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$ aufweisen, erhält man

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \mathrm{i}\frac{\omega}{c}\vec{B} = \mathrm{i}k\vec{B}\,, \tag{2.9}$$

$$\operatorname{rot}\vec{B} = -\mathrm{i}\frac{\omega}{c}\vec{E} = -\mathrm{i}k\vec{E}\,. \tag{2.10}$$

Unter Verwendung der Operatoridentität $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}$, wobei $\vec{A}$ ein beliebiges differenzierbares Vektorfeld und $\Delta$ der Laplace-Operator ist, erhält man Wellengleichungen für die $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Felder:

$$\left(\Delta + k^2\right)\vec{B} = 0 \qquad \vec{E} = \frac{\mathrm{i}}{k}\operatorname{rot}\vec{B}\,, \tag{2.11}$$

$$\left(\Delta + k^2\right)\vec{E} = 0 \qquad \vec{B} = -\frac{\mathrm{i}}{k}\operatorname{rot}\vec{E}\,. \tag{2.12}$$

Geht man von einem kugelsymmetrischen Problem aus und reduziert die DGL auf ein skalares Feld

$$\left(\Delta + k^2\right)\phi = 0\,, \tag{2.13}$$

so ist die Lösung gegeben durch

$$\phi_{Lm} = f_L(kr)\,Y_{Lm}(\vartheta,\varphi)\,. \tag{2.14}$$

Die Wellengleichung und deren Lösung separieren in einen Radialteil $f_L$, der im Wesentlichen durch sphärische Besselfunktionen wiedergegeben wird und einen Winkelteil, der von den Kugelflächenfunktionen $Y_{Lm}$ repräsentiert wird. Für Vektorfelder lassen sich diese Lösungen erweitern:

$$\vec{B}_{Lm} = f_L \cdot \vec{L} \cdot Y_{Lm}\,, \tag{2.15}$$

$$\vec{E}_{Lm} = f_L \cdot \vec{L} \cdot Y_{Lm}\,. \tag{2.16}$$

Diese Funktionen stellen ein vollständig orthonormiertes System dar und dienen so als Basis für eine Entwicklung des Strahlungsfeldes nach dem Drehimpuls $L$. Für ein beliebiges Magnetfeld lautet diese Entwicklung

$$\vec{B} = \sum_{L,m} \alpha_{Lm} f_L \cdot \vec{L} \cdot Y_{Lm} - \beta_{Lm} \frac{\mathrm{i}}{k} \operatorname{rot}\left(f_L \cdot \vec{L} \cdot Y_{Lm}\right), \tag{2.17}$$

wobei $\alpha_{Lm}$ und $\beta_{Lm}$ die Entwicklungskoeffizienten sind [21]. Die Quantenzahl $L$ bezeichnet man auch als Multipolordnung, was nicht mit der Multipolarität $2^L$ zu verwechseln ist. Bei Termen, die zur Multipolordnung $L = 1$ gehören, spricht man von Dipolstrahlung mit der Multipolarität 2, bei Termen mit $L = 2$ von Quadrupolstrahlung mit der Multipolarität $4 = 2^2$, usw. In den meisten Fällen genügt es, die Multipolentwicklung nach der führenden Ordnung abzubrechen, weil die Übergangsstärke mit wachsender Multipolordnung abnimmt.

Für die vollständige Beschreibung von $\gamma$-Übergängen ist der Strahlungscharakter $\sigma$, der die Richtung des $E$-Feldes bezüglich der Quantisierungsachse (Polarisationsrichtung) beschreibt, von entscheidender Bedeutung. Dabei unterscheidet man zwischen elektrischem Strahlungscharakter ($\sigma = E$), bei dem $\vec{E}$ parallel zur $z$-Achse liegt und magnetischem Strahlungscharakter ($\sigma = M$), bei dem $\vec{E}$ orthogonal zur $z$-Achse liegt.

Der Strahlungscharakter und die Multipolordnung legen die Parität der $\gamma$-Strahlung fest:

$$\pi_\gamma = \begin{cases} (-1)^L & : \sigma = E \\ (-1)^{L+1} & : \sigma = M \end{cases}, \tag{2.18}$$

was in Tabelle 2.1 für die gängigsten Multipolordnungen gezeigt wird. Ein Übergang $2^+ \to 0^+$ ist demnach als $E2$-Übergang und ein Übergang $2^+ \to 2^+$ in der niedrigsten Ordnung als $M1$-Übergang zu erwarten, wenn man von einem $E0$-Übergang, der der Emission eines Konversionselektrons entspricht, absieht.

**Tabelle 2.1.:** Paritätsänderung bei elektromagnetischen Übergängen mit dem Strahlungscharakter $\sigma$ und der Multipolordnung $L$.

| $L$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma = E$ | ja | nein | ja | nein | ja |
| $\sigma = M$ | nein | ja | nein | ja | nein |

## 2.2 Übergangswahrscheinlichkeiten

Eine wichtige Größe zur Charakterisierung von $\gamma$-Übergängen ist die reduzierte Übergangsstärke, die als Summe der Betragsquadrate der Matrixelemente zwischen allen $m$-Unterzuständen definiert ist:

$$B\left(\sigma L; J_i \to J_f\right) = \sum_{m_i, m_\gamma} \left|\left\langle J_f\, m_f \,\middle|\, T(\sigma L, m_\gamma) \,\middle|\, J_i\, m_i \right\rangle\right|^2 \tag{2.19}$$

mit dem elektrischen und magnetischen Übergangsoperator [22]

$$T(EL, m) = e \sum_k \left(\frac{1}{2} + T_z^{(k)}\right) r_k^L Y_{L\,m}\left(\theta_k, \phi_k\right), \tag{2.20}$$

$$T(ML, m) = \mu_N \sum_k \left(\frac{2}{L+1} g_l^{(k)} \vec{l}_k + g_s^{(k)} \vec{s}_k\right) \cdot \operatorname{grad}\left(r_k^L Y_{Lm}\left(\theta_k, \phi_k\right)\right). \tag{2.21}$$

Der Index $k$ summiert über alle am Übergang beteiligten Nukleonen. $T_z$ ist die Projektion des Isospins mit $T_z = +\frac{1}{2}$ für Protonen und $T_z = -\frac{1}{2}$ für Neutronen. $g_l$ und $g_s$ sind die $g$-Faktoren des Protons bzw. Neutrons bezüglich des Bahndrehimpulses $l$ und des Spins $s$ und $Y_{Lm}$ sind die Kugelflächenfunktionen. Da $T(\sigma L, m)$ ein

sphärischer Tensor ist, lässt sich durch Anwendung des *Wigner-Eckart-Theorems* das Matrixelement wie folgt faktorisieren [23]:

$$\left\langle J_f\, m_f \,\middle|\, T(\sigma L, m_\gamma) \,\middle|\, J_i\, m_i \right\rangle = (-1)^{J_f - m_f} \begin{pmatrix} J_f & L & J_i \\ -m_f & m_\gamma & m_i \end{pmatrix} \left\langle J_f \,\middle\|\, T(\sigma L) \,\middle\|\, J_i \right\rangle \tag{2.22}$$

$$= \frac{(-1)^{-L-m_f-m_i}}{\sqrt{2J_i+1}} \left\langle J_i\, m_i\, L\, m_\gamma \,\middle|\, J_f\, m_f \right\rangle \times \left\langle J_f \,\middle\|\, T(\sigma L) \,\middle\|\, J_i \right\rangle \tag{2.23}$$

mit dem *Wigner-3j-Symbol*

$$\begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{J_1 - J_2 - m_3}}{\sqrt{2J_3+1}} \left\langle J_1\, m_1\, J_2\, m_2 \,|\, J_3\, -m_3 \right\rangle \tag{2.24}$$

und dem *Clebsch-Gordan-Koeffizienten* $\langle j_1\, m_1\, j_2\, m_2 \,|\, J\, M\rangle$. Eingesetzt in Gl. (2.19) erhält man

$$B\left(\sigma L; J_i \to J_f\right) = \frac{1}{2J_i+1} \left|\left\langle J_f \,\middle\|\, T(\sigma L) \,\middle\|\, J_i \right\rangle\right|^2 , \tag{2.25}$$

wobei die Eigenschaft

$$\sum_{m_1, m_2} \langle j_1\, m_1\, j_2\, m_2 | J\, M\rangle \langle j_1\, m_1\, j_2\, m_2 | J'\, M'\rangle = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \tag{2.26}$$

der Clebsch-Gordan-Koeffizienten ausgenutzt wurde. Betrachtet man nun statt $J_i \to J_f$ die umgekehrte Reaktion, gilt:

$$B\left(\sigma L; J_f \to J_i\right) = \frac{2J_i+1}{2J_f+1} B\left(\sigma L; J_i \to J_f\right) , \tag{2.27}$$

sofern diese Reaktion über den gleichen Operator verknüpft ist (Beispiel: $\gamma$-Zerfall und Anregung über Coulombanregung).

*Fermis Goldene Regel* verknüpft die partielle Übergangsrate $\lambda_{if}$ mit dem Matrixelement und einem Phasenraumvolumen. Für $\gamma$-Übergänge ergibt sich [23]:

$$\lambda_{if}(\sigma L; J_i \to J_f) = \frac{1}{\hbar} \frac{8\pi(L+1)}{L\left[(2L+1)!!\right]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left|\left\langle J_f\, m_f \,\middle|\, T\left(\sigma L, m_\gamma\right) \middle| J_i m_i \right\rangle\right|^2 . \tag{2.28}$$

Da ohne äußeres Magnetfeld die einzelnen $m$-Unterzustände ununterscheidbar sind, misst man im Experiment die summierte Übergangsrate $\lambda$:

$$\lambda(\sigma L; J_i \to J_f) = \sum_{m_i, m_\gamma} \lambda_{if}(\sigma L; J_i \to J_f) \tag{2.29}$$

$$= \frac{1}{\hbar} \frac{8\pi(L+1)}{L\left[(2L+1)!!\right]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} \sum_{m_i, m_\gamma} \left|\left\langle J_f\, m_f \,\middle|\, T\left(\sigma L, m_\gamma\right) \middle| J_i m_i \right\rangle\right|^2 \tag{2.30}$$

$$= \frac{1}{\hbar} \frac{8\pi(L+1)}{L\left[(2L+1)!!\right]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} B\left(\sigma L; J_i \to J_f\right) . \tag{2.31}$$

Man erkennt, dass die Übergangsrate proportional zu $E_\gamma^{2L+1}$ und der reduzierten Übergangsstärke ist. Üblicherweise vereinfacht man letzte Gleichung zu

$$\lambda\left(\sigma L; J_i \to J_f\right) = C(\sigma L)\, E_\gamma^{2L+1}\, B\left(\sigma L; J_i \to J_f\right) . \tag{2.32}$$

und entnimmt die Konstanten $C(\sigma L)$ aus Tabelle 2.2 für den Fall, dass $E_\gamma$ in MeV, elektrische Übergangsstärken in $e^2\mathrm{fm}^{2L}$ und magnetische Übergangsstärken in $\mu_N^2\mathrm{fm}^{2L-2}$ angegeben werden. Das Resultat hat dann die Einheit $\mathrm{s}^{-1}$.

## 2.3 Multipol-Mischungsverhältnisse

Sind an einem Übergang mehrere Multipolordnungen beteiligt, so lässt sich die Mischung durch folgenden Term beschreiben [24]:

$$\delta = \frac{(2L_< + 1)!!}{(2L_> + 1)!!} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{L_> - L_<} \sqrt{\frac{L_<(L_> + 1)}{L_>(L_< + 1)}} \frac{\varphi_{\sigma_>}}{\varphi_{\sigma_<}} \frac{\left\langle J_f \,\middle\|\, T(\sigma_> l_>) \,\middle\|\, J_i \right\rangle}{\left\langle J_f \,\middle\|\, T(\sigma_< l_<) \,\middle\|\, J_i \right\rangle} , \tag{2.33}$$

wobei die mit $<$ gekennzeichneten Symbole für die niedrigere Multipolordnung und die mit $>$ gekennzeichneten Symbole entsprechend für die höhere Multipol-

**Tabelle 2.2.:** Liste der Koeffizienten $C(\sigma L)$ aus Gl. (2.32) für den Fall, dass $E_\gamma$ in MeV, elektrische Übergangsstärken in $e^2\mathrm{fm}^{2L}$ und magnetische Übergangsstärken in $\mu_N^2\mathrm{fm}^{2L-2}$ angegeben werden.

| $L$ | $C(EL)$ | $C(ML)$ |
|---|---|---|
| 1 | $1.59\times10^{15}$ | $1.76\times10^{13}$ |
| 2 | $1.23\times10^{9}$ | $1.35\times10^{7}$ |
| 3 | $5.71\times10^{2}$ | 6.31 |
| 4 | $1.70\times10^{-4}$ | $1.88\times10^{-6}$ |

ordnung stehen. Die Phasenverschiebung $\varphi$ ist abhängig vom Strahlungscharakter $\sigma$:

$$\varphi_\sigma = \begin{cases} \mathrm{i}^l & : \sigma = E \\ -\mathrm{i}^{l-1} & : \sigma = M \end{cases} \tag{2.34}$$

Der häufigste Fall, der in diesem Zusammenhang diskutiert wird, ist eine Mischung aus $M1$- und $E2$-Strahlung. Hierbei reduziert sich Gleichung (2.33) zu:

$$\delta_{E2/M1} = \frac{\sqrt{3}}{10}\frac{E_\gamma}{\hbar c}\frac{\left\langle J_i \left\| T(E2) \right\| J_f \right\rangle}{\left\langle J_i \left\| T(M1) \right\| J_f \right\rangle}. \tag{2.35}$$

Es ist sofort ersichtlich, dass ein $\delta \approx 0$ einen starken $M1$- und schwachen $E2$-Anteil bedeutet. Wesentlich seltener werden Mischungen zwischen $E1$- und $M2$-Strahlung betrachtet. Diese unterscheiden sich durch ein anderes Vorzeichen gegenüber $\delta_{E2/M1}$:

$$\delta_{M2/E1} = -\frac{\sqrt{3}}{10}\frac{E_\gamma}{\hbar c}\frac{\left\langle J_i \left\| T(M2) \right\| J_f \right\rangle}{\left\langle J_i \left\| T(E1) \right\| J_f \right\rangle}. \tag{2.36}$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden auch mögliche Kandidaten für 2-Phononen-Oktupol-Zustände $[3^- \otimes 3^-]$ behandelt, welche eine $E1$-$E3$-Mischung haben können. Für diesen Fall ergibt Gl. (2.33):

$$\delta_{E3/E1} = -\frac{6}{105\sqrt{6}}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^2\frac{\left\langle J_i \left\| T(E3) \right\| J_f \right\rangle}{\left\langle J_i \left\| T(E1) \right\| J_f \right\rangle}. \tag{2.37}$$

Die absoluten Übergangsstärken eines gemischten Übergangs (Übergang an dem mehrere Multipolordnungen beteiligt sind), kann bei Kenntnis des Multipol-Mischungsverhältnisses, der Lebensdauer des Zustands und des Verzweigungsverhältnisses bestimmt werden. Wird ein Zustand $J_i$ durch mehrere Zerfälle entvölkert, gilt folgender Zusammenhang zwischen der Lebensdauer und den partiellen Zerfallskonstanten:

$$\frac{1}{\tau} = \lambda = \sum_f \lambda\left(\sigma L; J_i \to J_f\right), \tag{2.38}$$

wobei die partiellen Zerfallskonstanten über alle Endzustände summiert werden. Die partiellen Zerfallskonstanten sind über das Verzweigungsverhältnis (engl. branching ratio) mit der Lebensdauer verknüpft:

$$\lambda\left(J_i \to J_f\right) = \frac{1}{\tau} \cdot b\left(J_i \to J_f\right). \tag{2.39}$$

Das Verzweigungsverhältnis $b(J_i \to J_f)$ ist das Verhältnis der Zerfälle im $J_i \to J_f$ Kanal und der Gesamtzahl aller Zerfälle des Zustands $J_i$.

Nehmen an dem Übergang $J_i \to J_f$ mehrere Multipolordnungen teil, so addieren sich die Zerfallskonstanten der einzelnen Ordnungen:

$$\lambda\left(J_i \to J_f\right) = \lambda\left(M1; J_i \to J_f\right) + \lambda\left(E2; J_i \to J_f\right) + \ldots. \tag{2.40}$$

Im Folgenden betrachten wir nur die $M1$- und $E2$-Ordnung und vernachlässigen höhere Ordnungen. Durch Einsetzen von Gl. (2.35) und Gl. (2.32) erhält man

$$\lambda\left(J_i \to J_f\right) = B\left(M1; J_i \to J_f\right) \cdot E_\gamma^3 \left(C\left(M1\right) + C(E2) \cdot (\hbar c)^2 \cdot \frac{100}{3}\delta^2\right), \tag{2.41}$$

wobei $\delta$ das Multipol-Mischungsverhältnis ist. Bislang ging keine Konversion in die Herleitung ein. Berücksichtigt man, dass Zustände auch durch *innere Konversion* zerfallen können, wird die Zerfallskonstante um den Faktor $(1 + \alpha_C)$ mit dem Konversionskoeffizienten $\alpha_C$ erweitert. Die letzte Gleichung wird damit zu

$$\lambda\left(J_i \to J_f\right) = B\left(M1; J_i \to J_f\right) \cdot E_\gamma^3 \left(C\left(M1\right) + C(E2) \cdot (\hbar c)^2 \cdot \frac{100}{3}\delta^2\right)(1 + \alpha_C). \tag{2.42}$$

Auflösen nach $B(M1;J_i \to J_f)$ und Einsetzen von Gl. (2.39) führt zu:

$$B\left(M1;J_i \to J_f\right) = \frac{1}{\tau \cdot E_\gamma^3} \frac{3b\left(J_i \to J_f\right)}{3C(M1) + C(E2) \cdot (\hbar c)^2 \cdot 100\delta^2} \frac{1}{1+\alpha_C}\,. \tag{2.43}$$

Unter Verwendung von Gl. (2.35) lässt sich auch die $E2$-Stärke berechnen:

$$B\left(E2;J_i \to J_f\right) = \frac{100\delta^2}{3} \frac{(\hbar c)^2}{E_\gamma^2} \cdot B\left(M1;J_i \to J_f\right), \tag{2.44}$$

$$= \frac{1}{\tau \cdot E_\gamma^5} \frac{b(J_i \to J_f) \cdot \left[(\hbar c)^2 \cdot 100\delta^2\right]}{3C(M1) + C(E2) \cdot (\hbar c)^2 \cdot 100\delta^2} \frac{1}{1+\alpha_C}\,. \tag{2.45}$$

Aus den letzten beiden Gleichungen ist ersichtlich, dass u. a. das Multipol-Mischungsverhältnis benötigt wird, um Aussagen über die Übergangsstärken treffen zu können. Eine der häufigsten Methoden zur Bestimmung von $\delta$ ist die Messung von $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationen, die im nächsten Abschnitt detailliert diskutiert werden. Methoden zur Bestimmung der Lebensdauer von Zuständen und Verzweigungsverhältnissen von Übergängen werden in den Kapiteln 4 und 6 vorgestellt.

## 2.4 $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationen

Experimentell ist der bei $\gamma$-Übergängen transferierte Drehimpuls $L$ bzw. das Multipol-Mischungsverhältnis $\delta$ von Übergängen über die Messung der Winkelverteilung der $\gamma$-Strahlung möglich. Bei solchen Experimenten zeichnet üblicherweise die Richtung des Teilchenstrahls oder $\gamma$-Strahls (z. B. bei $(\gamma,\gamma')$-Experimenten) die $z$-Achse des Systems aus. Beim Einfang thermischer Neutronen, wie in dieser Arbeit durchgeführt, reicht allerdings der Impuls der freien Neutronen nicht aus, um eine $z$-Achse auszuzeichnen, was eine isotrope Winkelverteilung der anschließend emittierten $\gamma$-Strahlung zur Folge hat. Ein Weg, dennoch eine Ungleichverteilung der $m$-Unterzustände herbeizuführen und damit eine nicht-isotrope Verteilung der Strahlung zu messen, ist die Messung von $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationen. Dabei werden zwei $\gamma$-Übergänge einer Kaskade (vgl. Abb. 2.1) in zwei Detektoren, die unter einem Winkel $\vartheta$ stehen, zeitgleich registriert. Variiert man nun den Winkel $\vartheta$ zwischen den Detektoren und trägt die gemessenen Intensitäten gegen den Winkel $\vartheta$ auf, erhält man eine Verteilungsfunktion $W(\vartheta)$, die von den Spins der beteiligten Übergängen, dem transferierten Drehimpuls und den Multipol-Mischungsverhältnissen abhängig ist.

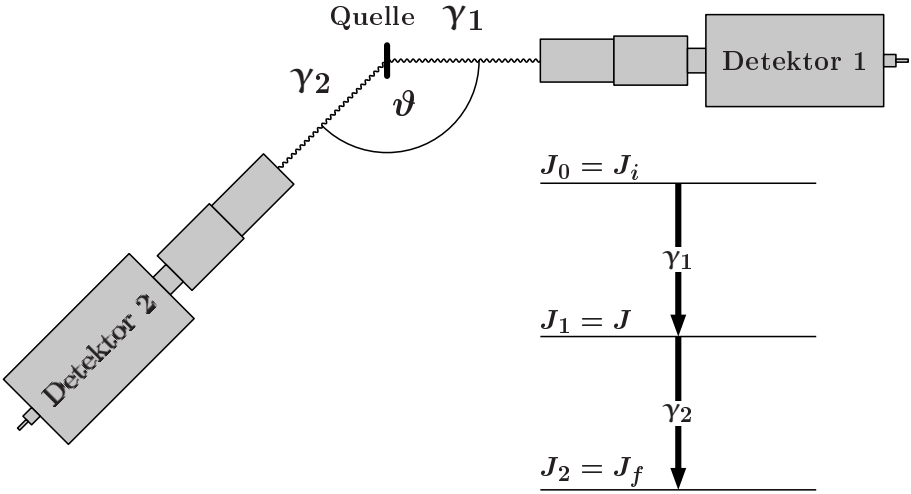



**Abbildung 2.1.:** Aus der Quelle werden zwei Photonen einer Kaskade emittiert, die in den Detektoren 1 und 2 registriert werden. Durch Variieren des Winkels $\vartheta$ zwischen den Detektoren und messen der Anzahl koinzidenter Ereignisse in beiden Detektoren erhält man die Winkelkorrelation $W(\vartheta)$.

Winkelverteilungen oder -korrelationen lassen sich nach Legendre-Polynomen entwickeln:

$$W(\vartheta) = 1 + \sum_{\nu \text{ gerade}}^{\nu_{\max}} A_{\nu\nu} P_\nu(\cos\vartheta)\,. \tag{2.46}$$

Bei $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationen nimmt $\nu_{\max}$ aufgrund von Drehimpulserhaltung den Wert $\min(2J, 2L_1, 2L_2)$ an, so dass in den seltensten Fällen Summanden der Ordnung $\nu \geq 6$ benötigt werden und sich die Winkelkorrelationsfunktion zu

$$W(\vartheta) = 1 + A_{22} P_2(\cos\vartheta) + A_{44} P_4(\cos\vartheta) \tag{2.47}$$

vereinfacht. Die *Legendre-Polynome* $P_l(x)$ sind die Lösungen der Legendreschen Differentialgleichung:

$$\left(1 - x^2\right) f''(x) - 2x f'(x) + l(l+1) f(x) = 0\,,\ l \in \mathbb{N}_0\,. \tag{2.48}$$

Die für die Winkelkorrelationen relevanten Lösungen der Legendreschen DGL für $l = 2$ und $l = 4$ lauten:

$$P_2(x) = \frac{1}{2}\left(3x^2 - 1\right), \tag{2.49}$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}\left(35x^4 - 30x^2 + 3\right). \tag{2.50}$$

Allgemein setzen sich die $A$-Koeffizienten aus den Orientierungsparametern der beteiligten Zustände zusammen:

$$A_{\nu\ldots\nu} = A_\nu(\gamma_1)U_\nu(\gamma_2)\ldots U_\nu(\gamma_m)\ldots U_\nu(\gamma_{n-1})B_\nu(\gamma_n). \tag{2.51}$$

$U_\nu(\gamma_m)$ beschreibt dabei die Orientierung für einen unbeobachteten Übergang zwischen dem $m-1$-ten und $m$-ten Zustand in der Kaskade und berechnet sich zu:

$$U_\nu(\gamma_m) = (-1)^{J_{m+1}-J_m-L_m}\sqrt{(2J_{m+1}+1)(2J_m+1)}\cdot W\left(J_m\ J_m\ J_{m+1}\ J_{m+1};\ \nu\ L_m\right) \tag{2.52}$$

mit dem Racah-Koeffizenten $W$. Falls $\gamma_m$ ein Übergang mit mehreren Multipolaritäten ist, wird $U_\nu(\gamma_m)$ durch $U_\nu(\gamma_m, L_m) + \delta_m^2 U_\nu(\gamma_m, L'_m)$ ersetzt. $L$ und $L'$ sind dabei die konkurrierenden Multipolordnungen. Für den Fall, dass es keine unbeobachtete Zwischenübergänge gibt, reduziert sich das Problem auf zwei Übergänge (vgl. Abb. 2.1) und es gilt:

$$A_{\nu\nu} = A_\nu(\gamma_1)B_\nu(\gamma_2) \tag{2.53}$$

mit

$$A_\nu = \frac{1}{1+\delta^2}\left[F_\nu(LLJ_iJ) + (-1)^{L+L'}\,2\delta F\left(LL'J_iJ\right) + \delta^2 F\left(L'L'J_iJ\right)\right] \tag{2.54}$$

und

$$B_\nu = \frac{1}{1+\delta^2}\left[F_\nu(LLJ_iJ) + 2\delta F\left(LL'J_iJ\right) + \delta^2 F\left(L'L'J_iJ\right)\right]. \tag{2.55}$$

In dieser Arbeit wird die Vorzeichenkonvention von Krane *et al.* verwendet [25]. Die $F$-Koeffizienten lassen sich aus den Spins der beteiligten Zustände berechnen:

$$F_\nu(LL'J_iJ) = (-1)^{J_i+J-1}\sqrt{(2L+1)(2L'+1)(2J+1)(2\nu+1)}\times \begin{pmatrix} L & L' & \nu \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{Bmatrix} L & L' & \nu \\ J & J & J_i \end{Bmatrix} \tag{2.56}$$

mit dem *Wigner-6j-Symbol*

$$\begin{Bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ J_4 & J_5 & J_6 \end{Bmatrix} = \sum_{m_1,\ldots,m_6} (-1)^{\sum_{k=1}^{6}(j_k - m_k)} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m_1 & m_2 & -m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 & J_5 & J_6 \\ -m_1 & m_5 & m_6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} J_4 & J_5 & J_3 \\ m_4 & -m_5 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_4 & J_2 & J_6 \\ -m_4 & -m_2 & -m_6 \end{pmatrix} = (-1)^{J_1+J_2+J_4+J_5} W\left(J_1\, J_2\, J_5\, J_4; J_3\, J_6\right) \tag{2.57}$$

und dem bereits in Gl. (2.24) eingeführten *Wigner-3j-Symbol*.

Abbildung 2.2 zeigt die Winkelkorrelation $W(\theta)$ für verschiedene Kaskaden. Man erkennt, dass für unterschiedliche Spins sich die Winkelkorrelation ändert und man somit ein Werkzeug zur Verfügung hat, mit dem man unbekannte Spins von Kernzuständen bestimmen kann. Ebenfalls ist zu erkennen, dass eine 0-2-0-Kaskade eine sehr ausgeprägte Verteilung aufweist, was daran liegt, dass ein $J = 0$ Zustand nur eine mögliche Projektion nämlich $m_J = 0$ haben kann und somit die fünf $m$-Unterzustände des mittleren $J = 2$ Zustands sehr ungleich verteilt sind. Diese Eigenschaft von 0-2-0-Kaskaden wird sich bei der Bestimmung der Abschwächungskoeffizienten als nützlich herausstellen.

Bei den Winkelkorrelationen in Abb. 2.2 wurde angenommen, dass die Multipol-Mischungsverhältnisse der beteiligten Übergänge gleich 0 sind und somit nur die niedrigste Multipolordnung eingeht. Das ist jedoch ein Spezialfall und häufig sind bei Übergängen, deren niedrigste Ordnung einen magnetischen Strahlungscharakter aufweist, noch höhere Multipolordnungen beteiligt. Abbildung 2.3 zeigt die Winkelkorrelation für eine 2-2-0-Kaskade, bei deren erster Übergang eine Mischung aus $M1$- und $E2$-Strahlung vorliegen kann, für verschiedene Werte von $\delta$. Man erkennt, dass die Form der Winkelkorrelation unterschiedlich ist für verschiedene Werte von $\delta$ und man somit durch Messen der Winkelkorrelation sensitiv auf die Multipol-Mischungsverhältnisse ist. Es ist üblich, für eine Kaskade alle möglichen $(A_{22}, A_{44})$-Kombinationen mit $\delta$ als freiem Parameter in einem Koordinatensystem aufzutragen (vgl. Abb. 2.4). Für jede Kaskade entsteht dabei eine Ellipse in der $A_{22}$-$A_{44}$-Ebene. An dieser Stelle sei erwähnt, dass auf gleiche Art und Weise sowohl das $\delta$ des ersten Übergangs als auch des zweiten Übergangs bestimmt werden kann.

## 2.5 Theoretische Berechnung der Abschwächungskoeffizienten bei Winkelkorrelationsmessungen

Im vorherigen Abschnitt sind wir davon ausgegangen, dass die Detektoren punktförmig sind, was bei einer realen Messung von Winkelkorrelationen nicht gegeben

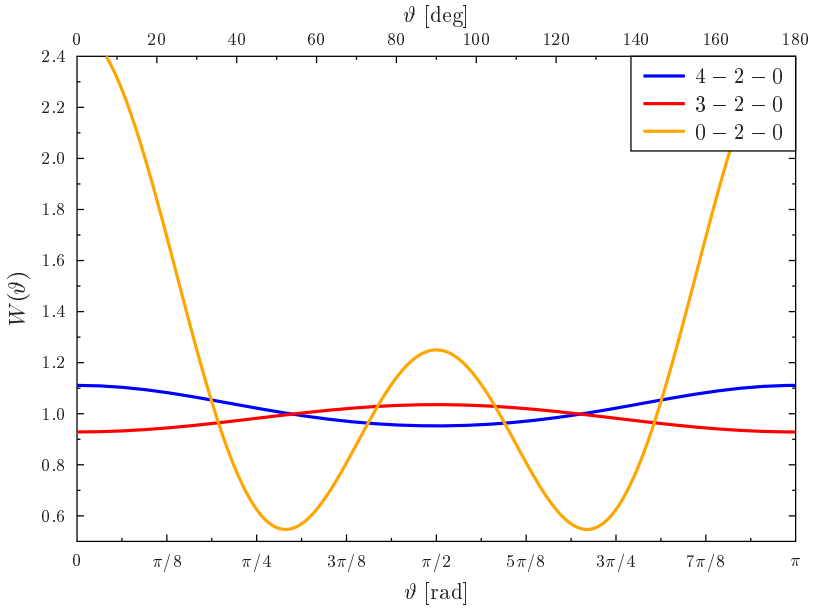



**Abbildung 2.2.:** Winkelkorrelation einer 4-2-0-, 3-2-0- und 0-2-0-Kaskade. Es wurde angenommen, dass bei allen Übergängen das Multipol-Mischungsverhältnis $\delta = 0$ ist. Man erkennt, dass die 0-2-0-Kaskade eine sehr ausgeprägte Form gemessen an anderen Kaskaden aufweist, was zur Bestimmung der Abschwächungskoeffizienten benutzt wird.

ist. Um diese Tatsache zu berücksichtigen wird Gl. (2.47) um die Abschwächungskoeffizienten $Q_2$ und $Q_4$ erweitert:

$$W(\vartheta) = 1 + Q_2 A_{22} P_2(\cos\vartheta) + Q_4 A_{44} P_4(\cos\vartheta)\,, \tag{2.58}$$

die in diesem Abschnitt theoretisch berechnet werden.

Die theoretische Herleitung der $Q$-Faktoren folgt derer aus Referenz [27]. Abbildung 2.5 zeigt zwei zylinderförmige Detektoren von der Seitenansicht. Beide Detektoren sollen als baugleich angesehen werden und haben den Radius $r$, die Tiefe $t$ und den Abstand $h$ zwischen der Frontfläche und der Strahlungsquelle.

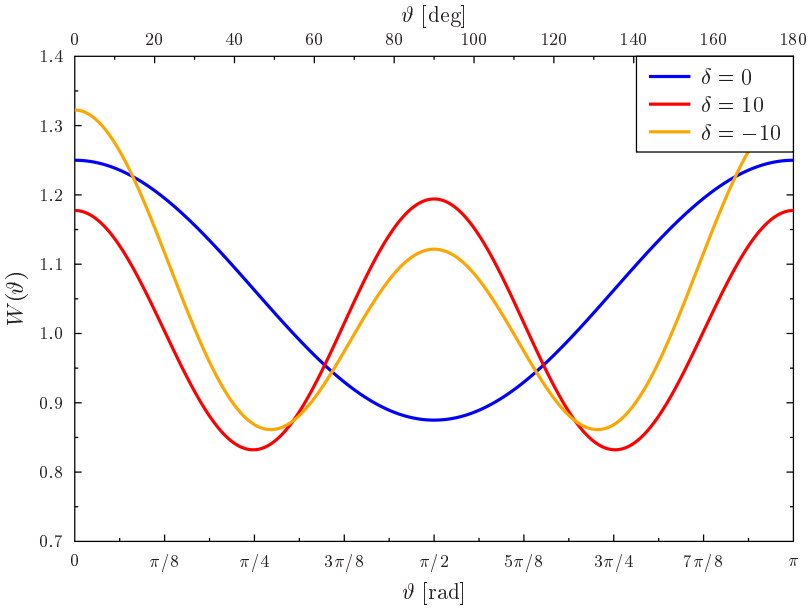



**Abbildung 2.3.:** Winkelkorrelation einer 2-2-0-Kaskade für verschiedene Multipol-Mischungsverhältnisse $\delta$.

Der Winkel $\alpha$ bezeichnet den Öffnungswinkel bezüglich der Frontfläche, $\alpha'$ den Öffnungswinkel bezüglich der hinteren Fläche. Für diese gilt:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{r}{h}\right) \tag{2.59}$$

$$\alpha' = \arctan\left(\frac{r}{h+t}\right). \tag{2.60}$$

Für die Berechnung der $Q$-Faktoren ist die Länge der Strecke $x$, welche die Photonen im Detektormaterial maximal zurücklegen können, relevant. Diese ist vom Winkel $\beta_i$ zwischen der Symmetrieachse des Detektors $i$ und der Richtung des Photons $i$ abhängig. Es gilt folgender Zusammenhang:

$$x(\beta_i) = \begin{cases} t \cdot \sec\beta_i & : 0 \leq \beta_i \leq \alpha' \\ r \cdot \csc\beta_i - h\sec\beta_i & : \alpha' < \beta_i \leq \alpha\,. \end{cases} \tag{2.61}$$

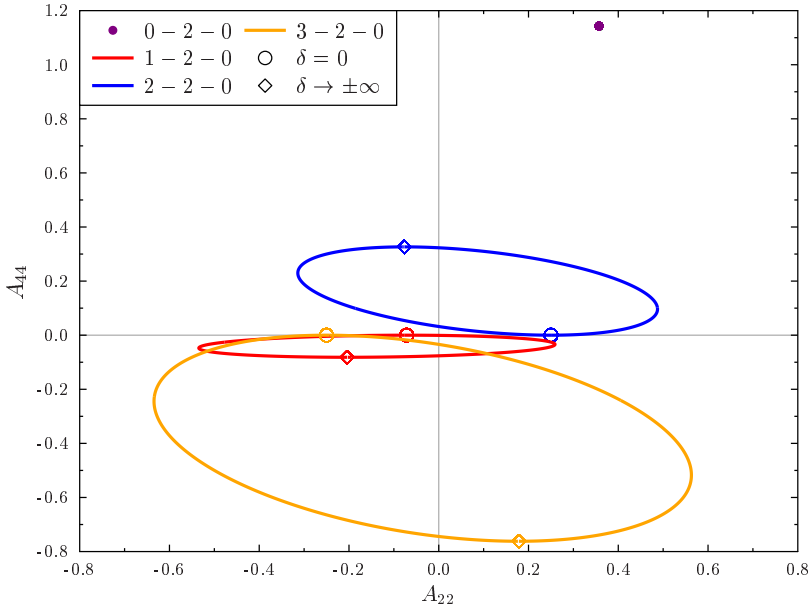



**Abbildung 2.4.:** Plot der möglichen $A_{22}$-$A_{44}$-Kombinationen für $\delta \in (-\infty, \infty)$ und verschiedene Kaskaden $\{0, 1, 2, 3\}$-2-0. Für jede Ellipse mit Außnahme der 0-2-0-Kaskade stellt der Kreismarker die Stelle bei $\delta = 0$ und der Diamantmarker die Stelle bei $\delta \to \pm\infty$ dar. Abbildung modifiziert aus [26].

Die Absorptionswahrscheinlichkeit auf der Strecke $x$ ist proportional zu $(1 - \exp(-\mu x))$ mit dem Abschwächungskoeffizienten $\mu$ für $\gamma$-Strahlung in Materie.

Die gemessene Winkelkorrelation ist

$$\tilde{W}(\vartheta) = \frac{\int \mathrm{d}\Omega_1 \mathrm{d}\Omega_2 \, W(\vartheta')(1 - \exp(-\mu x_1))(1 - \exp(-\mu x_2))}{\int \mathrm{d}\Omega_1 \mathrm{d}\Omega_2 \, (1 - \exp(-\mu x_1))(1 - \exp(-\mu x_2))}, \tag{2.62}$$

wobei die Indizes 1 und 2 die beiden Detektoren unterscheidet, die an der Korrelationsmessung beteiligt waren. $\vartheta$ ist der relative Winkel zwischen den Detektoren; $\vartheta'$ ist der Winkel zwischen den beiden Photonen, die Detektor 1 bzw. 2 treffen. $(\vartheta_i, \varphi_i)$ sind die jeweiligen Polar- und Azimutalkoordinaten der Photonen. Trivia-

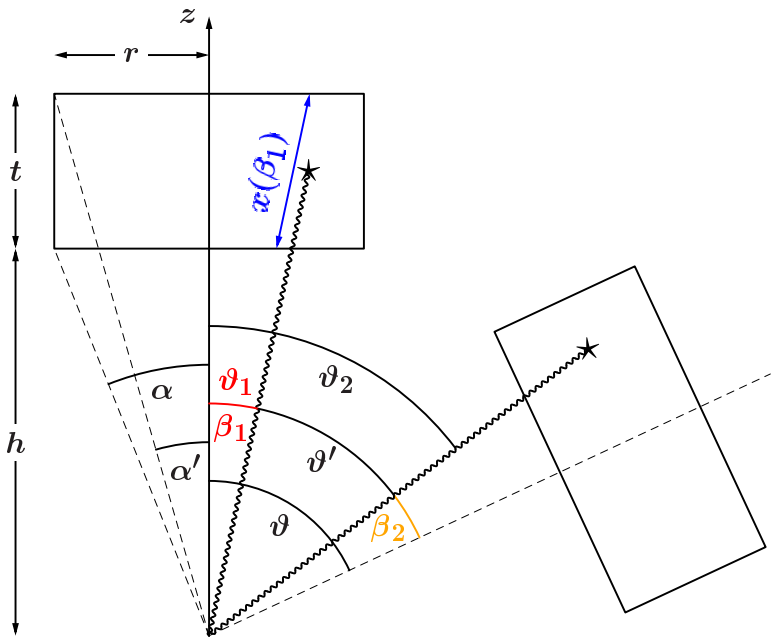



**Abbildung 2.5.:** Geometrie einer Winkelkorrelationsmessung mit zwei zylinderförmigen Detektoren. Die Bedeutung der einzelnen Winkel ist im Text erläutert. Die Zeichnung wurde modifiziert entnommen aus Ref. [27].

lerweise gilt $\beta_1 = \vartheta_1$, da die Symmetrieachse von Detektor 1 mit der $z$-Achse des Koordinatensystem zusammenfällt.

Die Integrale aus Gleichung (2.62) haben für jede Ordnung $l$ die Form:

$$I_l = \int \mathrm{d}\Omega_1 \mathrm{d}\Omega_2 \, P_l\left(\cos\vartheta'\right)\left(1-\exp\left(-\mu x_1\right)\right)\left(1-\exp\left(-\mu x_2\right)\right) . \tag{2.63}$$

Ziel ist es nun, die Integrale so zu separieren, dass die Integration über den Raumwinkel $\mathrm{d}\Omega_1$ und $\mathrm{d}\Omega_2$ getrennt durchgeführt werden kann. In diesem Integral kommt das Legendre-Polynom $P_l(\cos\vartheta')$, dessen Winkel $\vartheta'$ sowohl von den

Koordinaten von Photon 1 als auch 2 abhängt. Für diesen Winkel gilt das Additionstheorem $\cos\vartheta' = \cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 + \sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)$ und damit

$$P_l\left(\cos\vartheta'\right) = \frac{4\pi}{2l+1}\sum_{m=-1}^{l} Y_{lm}(\vartheta_1,\varphi_1)\,Y_{lm}^*(\vartheta_2,\varphi_2) \tag{2.64}$$

$$= P_l(\cos\vartheta_1)\,P_l(\cos\vartheta_2) + 2\sum_{m=1}^{l}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}P_l^m(\cos\vartheta_1)\,P_l^m(\cos\vartheta_2)\cos\left(m(\varphi_1-\varphi_2)\right). \tag{2.65}$$

Die hier auftretenden Funktionen $P_l^m(x)$ sind die *zugeordneten Legendrepolynome* und erfüllen die DGL:

$$\left(1-x^2\right)f''(x) - 2xf'(x) + \left(l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2}\right)f(x) = 0\,. \tag{2.66}$$

Für $m = 0$ geht diese DGL in die DGL für die gewöhnlichen Legendre-Polynome (vgl. Gl. (2.48)) über.

Wir ersetzen $P_l(\cos\vartheta')$ mit Hilfe des Additionstheorems; bei der Integration liefert nur der erste Summand, $P_l(\cos\vartheta_1)P_l(\cos\vartheta_2) = P_l(\cos\beta_1)P_l(\cos\vartheta_2)$, einen Beitrag. Die Integration über $\varphi_1$ kann direkt ausgeführt werden, da $x_1$ nicht vom Azimutalwinkel abhängig ist:

$$I_l = 2\pi\int \sin\beta_1 \mathrm{d}\beta_1\, P_l(\cos\beta_1)\left(1-\exp(-\mu x_1)\right) \tag{2.67}$$

$$\times \iint \sin\vartheta_2 \mathrm{d}\vartheta_2 \mathrm{d}\varphi_2\, P_l(\cos\vartheta_2)\left(1-\exp(-\mu x_2)\right) \tag{2.68}$$

Wir wenden das Additionstheorem erneut auf $\vartheta_2$ an:

$$P_l(\cos\vartheta_2) = P_l(\cos\beta_2)\,P_l(\cos\vartheta) + \sum_{m=1}^{l}\ldots\,. \tag{2.69}$$

Die Punkte deuten die Summation über die zugordneten Legendrepolynome an, die aber bei der Integration wieder wegfallen.

$$I_l = 4\pi^2 P_l(\cos\vartheta) \int \sin\beta_1 \mathrm{d}\beta_1 \, P_l(\cos\beta_1)(1-\exp(-\mu x_1)) \tag{2.70}$$

$$\times \int \sin\beta_2 \mathrm{d}\beta_2 \, P_l(\cos\beta_2)(1-\exp(-\mu x_2)) \tag{2.71}$$

$$= 4\pi^2 P_l(\cos\vartheta) J_l^{(1)} J_l^{(2)} \tag{2.72}$$

mit

$$J_l^{(i)} = \int_0^{\alpha} \sin\beta_i \mathrm{d}\beta_i \, P_l(\cos\beta_i)(1-\exp(-\mu x(\beta_i))) \,. \tag{2.73}$$

Für baugleiche Detektoren, ist die Unterscheidung zwischen den einzelnen Detektoren über den Index $i$ nicht mehr notwendig. Die gesuchten $Q$-Faktoren ergeben sich aus

$$Q_l = \left(\frac{J_l}{J_0}\right)^2 \tag{2.74}$$

und sind, da $\mu(E)$ eine Funktion der Energie des Photons ist, auch energieabhängig. Abbildung 2.6 zeigt für $\gamma$-Energien zwischen $1\,\mathrm{keV} \leq E_\gamma \leq 20\,\mathrm{MeV}$ die Abschwächungskoeffizienten $Q_2$ und $Q_4$ für eine Detektorgeometrie ($r = 5.4\,\mathrm{cm}, t = 9\,\mathrm{cm}, h = 14.3\,\mathrm{cm}$), die der in dieser Arbeit verwendeten Detektoren sehr nahe kommt. Die dafür verwendeten Werte von $\mu(E)$ wurden aus Referenz [28] entnommen.

## 2.6 Compton-Polarimetrie

Segmentierte Detektoren wie z. B. HPGe-Detektoren vom AGATA-Typ [29] oder Detektoren, die aus mehreren Einzelkristallen aufgebaut sind, wie die in dieser Arbeit verwendeten Clover-Detektoren, können als Compton-Polarimeter verwendet werden [30]. In diesem Abschnitt soll eine kurze Einführung in die Compton-Polarimetrie gegeben werden. Eine tiefgehende Betrachtung dieses Themas liefert die Dissertation von B. Alikhani [31], an die diese Zusammenfassung angelehnt ist.

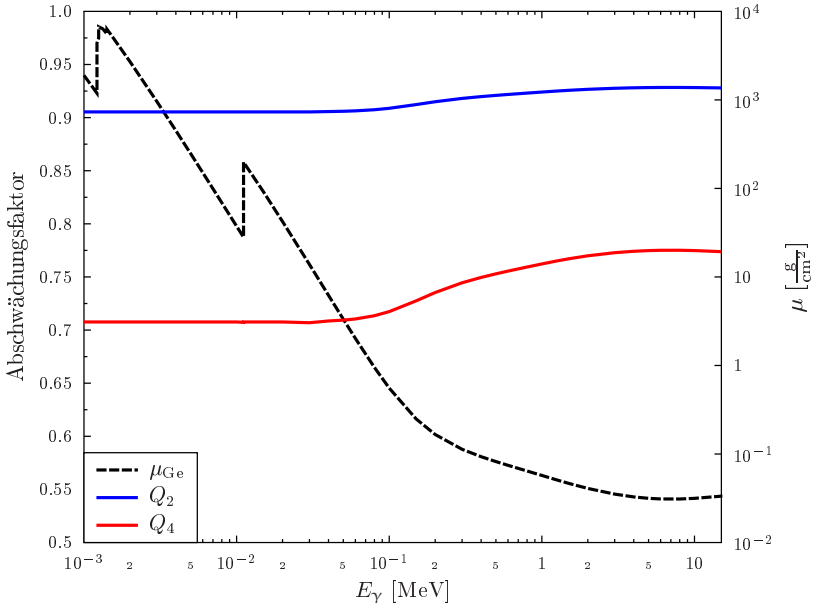



**Abbildung 2.6.:** Theoretische Abschwächungsfaktoren $Q_2$ und $Q_4$ für $r = 5.4\,\mathrm{cm}$, $t = 9\,\mathrm{cm}$ und $h = 14.3\,\mathrm{cm}$ in Abhängigkeit von $E_\gamma$. Ebenfalls ist der Abschwächungskoeffizient $\mu$ für Germanium gezeigt.

Grundidee der Compton-Polarimetrie ist die Abhängigkeit des Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitts [32], der die Compton-Streuung beschreibt, von der Ausrichtung des $\vec{E}$-Feld-Vektors der $\gamma$-Strahlung:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}(\vartheta,\varphi) = \frac{1}{2} r_{\mathrm{e}}^2 \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma}\right)^2 \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - 2\sin^2\vartheta\cos^2\varphi\right). \tag{2.75}$$

$E'_\gamma$ ist dabei die Energie des durch Compton-Effekt gestreuten Photons und $r_{\mathrm{e}}$ der klassische Elektronenradius. Der Winkel $\vartheta$ ist der Streuwinkel des Photons und $\varphi$ der Winkel zwischen der $x$-Achse und dem $\vec{E}$-Feld-Vektor.

Ein Maß, wie sensitiv ein ideales Compton-Polarimeter auf die Linearpolarisation ist, ist die Analysierstärke $\Sigma$. Diese ist definiert durch den Klein-Nishina-

Wirkungsquerschnitt bei zwei verschiedenen Einstellungen der Polarisationsrichtung:

$$\Sigma\left(E_\gamma, \vartheta\right) = \frac{\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}\left(\vartheta, \varphi = 90°\right) - \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}\left(\vartheta, \varphi = 0°\right)}{\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}\left(\vartheta, \varphi = 90°\right) + \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}\left(\vartheta, \varphi = 0°\right)} \tag{2.76}$$

$$= \frac{\sin^2\vartheta}{\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \sin^2\vartheta}\,. \tag{2.77}$$

Die Analysierstärke entspricht der Polarisationssensitivität eines idealen Polarimeters und ist für $\gamma$-Energien zwischen 0 MeV und 10 MeV und für verschiedene Einstellungen von $\vartheta$ in Abbildung 2.7 gezeigt. Die Polarisationssensitivität eines reales Polarimeter mit ausgedehnten Detektoren liegt unterhalb der Analysierstärke. Das Maximum der Analysierstärke liegt für kleine $E_\gamma$ bei $\vartheta = 90°$ und verschiebt sich mit steigender $\gamma$-Energie zur Vorwärtsrichtung. Der Wert der Analysierstärke im Maximum nimmt dabei mit steigendem $E_\gamma$ ab.

Ein einfaches Compton-Polarimeter ist in Abbildung 2.8 gezeigt. Aus dem Target kommen Photonen, deren Polarisation untersucht werden soll. Wir gehen davon aus, dass der Photonenstrahl im Eingangskanal, der die Reaktion ausgelöst hat, eine $z$-Achse auszeichnet und diese $z$-Achse mit der Emissionsrichtung des Photons im Ausgangskanal die Reaktionsebene definiert. Eine $z$-Achse kann auch durch ein Teilchenstrahl oder ein in der gleichen Kaskade emittiertes Photon, wie in der vorliegenden Arbeit verwendet, ausgezeichnet werden.

Das Photon, dessen Polarisation untersucht werden soll, trifft auf einen Streuer (Detektor), in dem dieses Photon um den Winkel $\vartheta$ gestreut wird. In der Reaktionsebene befinden sich zwei Detektoren (Analysatoren genannt), welche die Ereignisse $N_\parallel$ bzw. $N_\perp$ registrieren. Da die Analysierstärke unter $\vartheta = 90°$ einen hohen Wert annimmt (das Maximum ist zu kleineren Winkeln verschoben), bietet es sich an, die beiden Analysatoren unter diesem Winkel aufzustellen. Zu beachten ist, dass der Winkel $\varphi$, der in den Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt eingeht bezüglich der Polarisationsebene (Ebene aus $\vec{E}$-Feld-Vektor und Ausbreitungsrichtung des Photons) definiert ist.

Der Quotient aus Differenz und Summe von $N_\perp$ und $N_\parallel$ legt die Asymmetrie $A$ fest:

$$A = \frac{N_\perp - N_\parallel}{N_\perp + N_\parallel}\,. \tag{2.78}$$

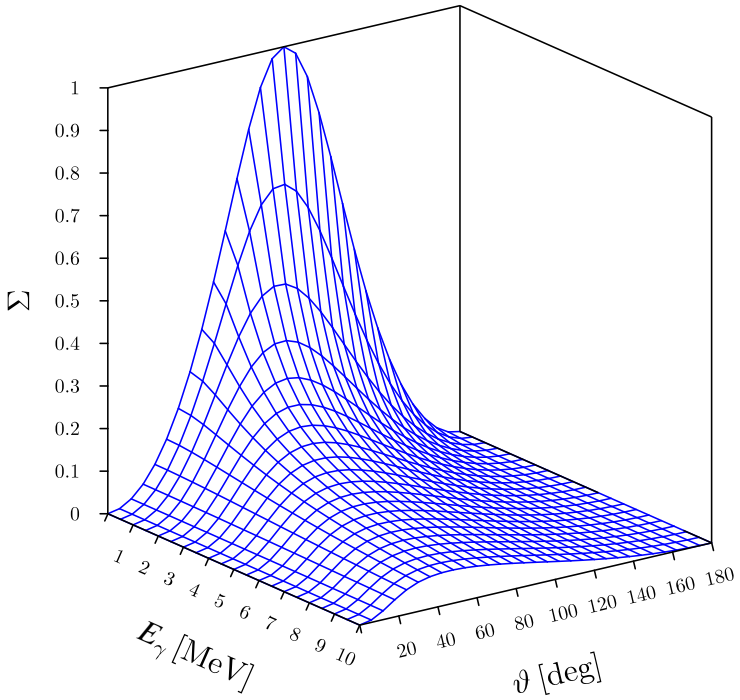



**Abbildung 2.7.:** Analysierstärke eines idealen Polarimeters in Abhängigkeit der $\gamma$-Energie $E_\gamma$ und des Compton-Streuwinkels $\vartheta$.

Der lineare Polarisationsgrad unter einem Streuwinkel $\Theta$ im Target ist

$$P(\Theta) = A \cdot \frac{1}{\Sigma} \Leftrightarrow A = \Sigma \cdot P(\Theta) \tag{2.79}$$

und hängt von der polarisationsabhängigen Winkelkorrelationsfunktion

$$W(\Theta, \Phi) = W(\Theta) + (\pm)_{L_2} \cos(2\Phi) \sum_\nu A_\nu \mathscr{B}_\nu P_\nu^2(\cos\Theta) \,. \tag{2.80}$$

ab [33]. $W(\Theta)$ ist die Winkelkorrelationsfunktion aus Gl. (2.47) und $A_\nu$ ist der Ausrichtungskoeffizienz aus Gl. (2.54). $\Phi$ ist der Winkel des $\vec{E}$-Feld-Vektors mit der Reaktionsebene. Das Vorzeichen des zweiten Terms richtet sich nach dem Strahlungscharakter der höchsten Multipolordnung des zweiten Übergangs $L_2$ in der

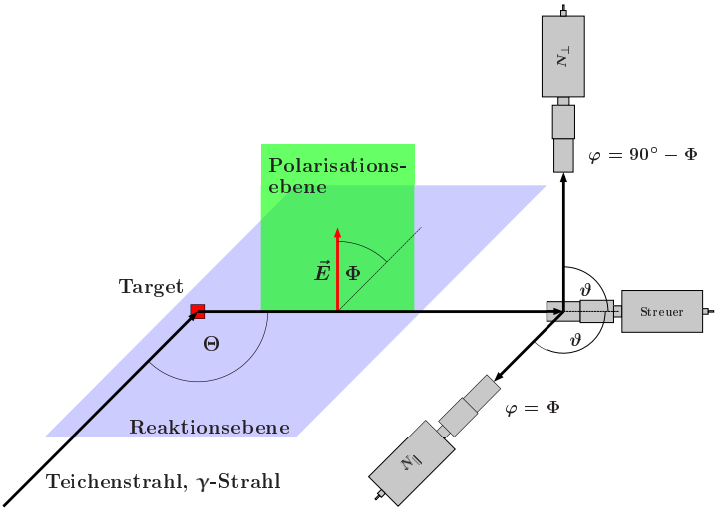



**Abbildung 2.8.:** Aufbau eines herkömmlichen Compton-Polarimeters. Die Reaktionsebene wird durch den Teilchenstrahl, $\gamma$-Strahl oder ein in der gleichen Kaskade emittiertes Photon und dem zu analysierenden Photon aufgespannt. Der Winkel $\Phi$ ist der Winkel zwischen dieser Reaktionsebene und dem $\vec{E}$-Feld-Vektor, der in der Polarisationsebene liegt. Da der Winkel $\varphi$ relativ zur Polarisationsebene gemessen wird, hängt dieser von $\Phi$ ab. Üblicherweise ist $\vartheta = 90°$ (Winkel zwischen Emissionsrichtung des Photons und analysierendem Detektor), da hier die Analysierstärke ihr Maximum hat.

Kaskade. Das Vorzeichen ist positiv für einen elektrischen Strahlungscharakter und negativ bei magnetischem Strahlungscharakter. An dieser Stelle sei erwähnt, dass wir hier nur von einer 2-Schritt-Kaskade ausgehen und den Fall unbeobachteter Zwischenzustände nicht diskutieren. Bei $\mathscr{B}_\nu$ wird gegenüber $B_\nu$ aus Gl. (2.55) vor jeden Summanden ein Koeffizient $\kappa_\nu$ eingefügt:

$$\mathscr{B}_\nu = \frac{1}{1+\delta^2}\left[\kappa_\nu(LL)F_\nu(LLJ_iJ) - \kappa\left(LL'\right)2\delta F\left(LL'J_iJ\right) - \kappa\left(L'L'\right)\delta^2 F\left(L'L'J_iJ\right)\right] \tag{2.81}$$

mit

$$\kappa_\nu\left(LL'\right) = -\sqrt{\frac{(\nu-2)!}{(\nu+2)!}} \cdot \frac{\langle L\,1\,L'\,1\,|\,\nu\,2\rangle}{\langle L\,1\,L'-1\,|\,\nu\,0\rangle}\,. \tag{2.82}$$

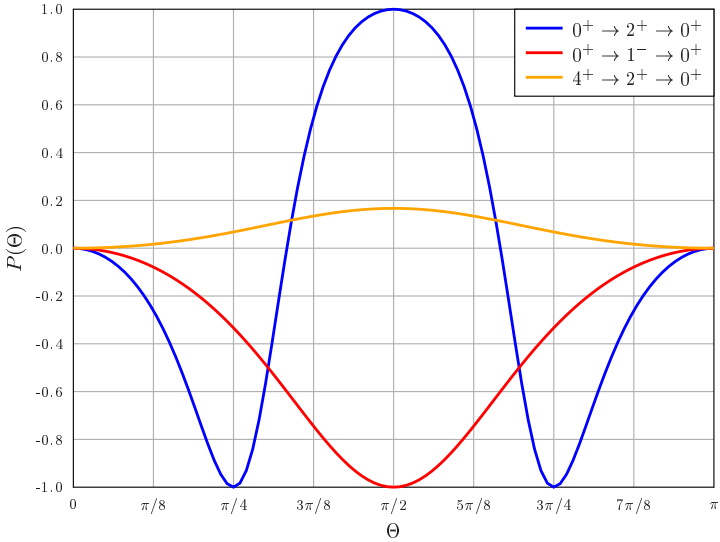



**Abbildung 2.9.:** Linearpolarisation einer $0^+ \to 2^+ \to 0^+$, $0^+ \to 1^- \to 0^+$ und $4^+ \to 2^+ \to 0^+$ Kaskade. Alle Kurven haben bei $\Theta = 90°$ ein Maximum bzw. Minimum. Der lineare Polarisationsgrad der $4^+ \to 2^+ \to 0^+$ Kaskade bei $\Theta = 90°$ liegt bei $\frac{1}{6}$.

Der lineare Polarisationsgrad ist nun gegeben durch:

$$P(\Theta) = \frac{W(\Theta, \Phi = 0°) - W(\Theta, \Phi = 90°)}{W(\Theta, \Phi = 0°) + W(\Theta, \Phi = 90°)}. \tag{2.83}$$

Abbildung 2.9 zeigt den linearen Polarisationsgrad $P(\Theta)$ für verschiedene Kaskaden. Das Maximum (Minimum) der Linearpolarisation liegt bei jeder Kaskade bei $\Theta = 90°$, allerdings nicht für alle Kaskaden bei dem Wert $\pm 1$. Ist man bei einer Kaskade $4^+ \to 2^+ \to 0^+$ daran interessiert, die Polarisation des zweiten Photons zu messen, welches sicherlich Strahlungscharakter $E$ haben wird, misst man lediglich eine Polarisation von $\frac{1}{6}$ unter $\Theta = 90°$.

Bislang wurden nur punktförmige Detektoren verwendet und die Polarisationsrichtung $\Phi$ nur mit zwei Einstellungen, $\Phi = 0°$ und $\Phi = 90°$, betrachtet. In einem

realen Experiment ist beides nicht gegeben, wodurch die Analysierstärke $\Sigma$ in die Polarisationssensitivität $Q$ übergeht, die hier ohne Herleitung angegeben ist:

$$Q = \frac{\int_{\Delta\vartheta} \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi \, \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}(\vartheta, \varphi = 90° + \Delta\varphi) - \int_{\Delta\vartheta} \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi \, \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}(\vartheta, \varphi = 0° + \Delta\varphi)}{\int_{\Delta\vartheta} \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi \, \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}(\vartheta, \varphi = 90° + \Delta\varphi) + \int_{\Delta\vartheta} \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi \, \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pol}}}{\mathrm{d}\Omega}(\vartheta, \varphi = 0° + \Delta\varphi)}. \tag{2.84}$$

Die Herleitung dieser Gleichung kann in Ref. [31] nachgelesen werden. Die Polarisationssensitivität wird in vielen Analysen aus experimentellen Daten bestimmt. Dazu wird eine Taylorentwicklung vorgenommen:

$$Q \approx \Sigma(\vartheta = 90°) \cdot \left(b + m \cdot E_\gamma\right), \tag{2.85}$$

wobei $b$ und $m$ freie Parameter sind, die an Daten bekannter Übergänge gefittet werden.

Es ist üblich im Experiment statt getrennter Detektoren, die die Ereignisse senkrecht und parallel zur Reaktionsebene feststellen, segmentierte Detektoren oder Clover-Detektoren zu nehmen. Abbildung 2.10 zeigt schematisch die Anordnung der Kristalle eines EXOGAM-Clover-Detektors, so wie er bei EXILL (der EXILL-Aufbau ist in Kapitel 4 beschrieben) Verwendung gefunden hat.

Bei der Verwendung von Clover-Detektoren geht die Asymmetrie $A$ über in

$$A = \frac{aV - H}{aV + H} \tag{2.86}$$

mit

$$V = N\left((A \wedge D) \wedge (\bar{B} \wedge \bar{C})\right) + N\left((B \wedge C) \wedge (\bar{A} \wedge \bar{D})\right), \tag{2.87}$$

$$H = N\left((A \wedge B) \wedge (\bar{C} \wedge \bar{D})\right) + N\left((C \wedge D) \wedge (\bar{A} \wedge \bar{B})\right). \tag{2.88}$$

$V$ beschreibt dabei die Anzahl der Ereignisse, bei denen Kristall A und D oder B und C gefeuert haben, während von B und C oder A und D kein Signal kam. Entsprechend ist $H$ orthogonal dazu definiert. Der Faktor $a$ wird so bestimmt, dass unpolarisierte Strahlung, die den Detektor trifft, zu einer Asymmetrie von 0 führt.

Ist die Polarisationssensitivität $Q$ und der Faktor $a$ bekannt, kann die Polarisationsrichtung unbekannter Übergänge untersucht werden und so der Strahlungscharakter $\sigma$ eines Übergangs und damit die Parität der beteiligten Zustände festgelegt werden. Bei $^{144}$Nd sollte auf diese Weise die Parität des $3_3^-$ Zustands mit dem EXILL-Aufbau bestätigt werden, jedoch ist die Polarisationssensitivität im Bereich $E_\gamma > 1\,\mathrm{MeV}$ sehr gering, was in Kapitel 6 gezeigt wird. Zudem ist die ge-

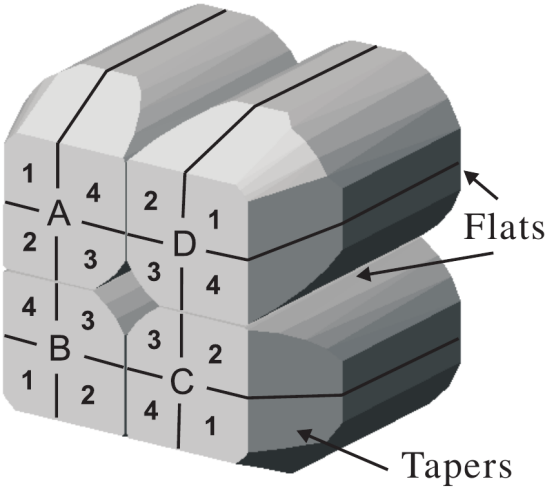



**Abbildung 2.10.:** Anordnung der HPGe-Kristalle eines EXOGAM-Clover-Detektors. In der Abbildung sind die einzelnen Kristalle elektrisch segmentiert eingezeichnet. Diese Segmentierung wurde bei EXILL nicht verwendet. Abbildung entnommen aus Ref. [34].

messene Asymmetrie im Rahmen der Fehler mit 0 verträglich, da für die Anzahl der für Compton-Polarimetrie verwendbaren Events keine ausreichende Statistik vorhanden ist. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass das mit EXILL durchgeführte Experiment nicht auf Messung der Polarisation ausgelegt war.

# 3 Theoretische Berechnungen für $^{144}$Nd

Die experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit werden mit den theoretischen Vorhersagen aus dem *Quasiparticle Phonon Modell* (QPM) [35] verglichen. Dieses Modell kann sehr gut die kollektiven Eigenschaften von Kernen auf mikroskopischer Ebene in der Nähe der Schalenabschlüsse vorhersagen und ist stark mit dem Protonen-Neutronen *Interacting Boson Modell* (IBM-2) [3] verknüpft, welches die Existenz isovektorieller Zustände vorhersagt. Beide Modelle, das IBM und das QPM, sowie das Flüssigkeitströpfchenmodell in Zusammenhang mit Oberflächenvibrationen werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

## 3.1 Oberflächenvibrationen

Oberflächenvibrationen von Kernen sind eine der grundlegenden kollektiven Anregungsformen zur Beschreibung niederenergetischer Zustände in Atomkernen. Zu dieser Klasse von Anregungen zählen auch Rotationsanregungen, die hier nicht weiter betrachtet werden. Zur mathematischen Beschreibung einer Oberflächenvibration stellt man sich anschaulich den Kern als Flüssigkeitströpfchen vor und entwickelt die Kernoberfläche nach Kugelflächenfunktionen [23]:

$$R(\theta,\phi,t) = R_0\left[1+\sum_{\lambda=0}^{\infty}\sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda}\alpha_{\lambda\mu}(t)\,Y_{\lambda\mu}(\theta,\phi)\right]. \tag{3.1}$$

Der Deformationsparameter $\alpha_{\lambda\mu}$ ist hier explizit zeitabhängig, wodurch die Vibration beschrieben wird. Wir nehmen im Folgenden an, dass der Kern rotationssymmetrisch um die $z$-Achse ist und dadurch alle Terme $\alpha_{\lambda\mu}$ mit $\mu \neq 0$ zu 0 werden.

Abbildung 3.1 zeigt die Vibrationsformen der ersten Ordnungen von $\lambda$. Dabei deutet der gestrichelte Kreis den sphärischen Kern mit gleichem Volumen an. Die ersten beiden Ordnungen von $\lambda$ stellen in diesem Modell keine physikalisch sinnvolle Schwingungsmoden dar: Der $\lambda = 0$ Term (Monopol) beschreibt die sog. „Breathing-Mode“, bei der sich der Kern kugelsymmetrisch aufbläht und wieder zusammenzieht. Diese Art der Bewegung widerspricht aber der Grundannahme,

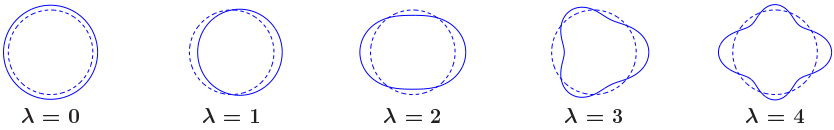



**Abbildung 3.1.:** Vibrationsmoden der Kernoberfläche für $0 \leq \lambda \leq 4$. Die Vibrationsmoden mit $\lambda = 0$ und $\lambda = 1$ haben für niederenergetische Oberflächenschwingungen keine Bedeutung (s. Text). $\lambda = 2$ stellt eine Quadrupolvibration dar; $\lambda = 3$ und $\lambda = 4$ entsprechend Oktupolvibration bzw. Hexadekupolvibration. Abbildung modifiziert aus [23].

dass das Kernvolumen bei niederenergetischen Anregungen eine Erhaltungsgröße ist. Erst bei hohen Anregungsenergien (Riesenmonopolresonanz, engl. Giant Monopole Resonance) wird die Annahme eines konstanten Kernvolumens verworfen. Die nächsthöhere Ordnung mit $\lambda = 1$ (Dipol) beschreibt eine Oszillation des gesamten Kerns um die Ruhelage, wofür aber keine Rückstellkraft vorhanden ist, die für diese Schwingung verantwortlich wäre. Mathematisch kann gezeigt werden, dass alle $\alpha_{1\mu}$ zu 0 werden [23]. Die erste relevante Mode ist die Quadrupolvibration mit $\lambda = 2$. Wenn wir von einem sphärischen Grundzustand ausgehen, beschreibt die Quadrupolvibration eine Abflachung zur oblaten Deformation (diskusförmig) und zurück über die sphärische Grundform zu einer prolaten Deformation (ähnlich eines US-Footballs).

Gleichung (3.1) kann nun vereinfacht werden zu:

$$R(\theta, t) = R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda=2}^{\infty} \beta_\lambda(t) \sqrt{\frac{2\lambda+1}{4\pi}} P_\lambda(\cos(\theta)) \right], \tag{3.2}$$

wobei die Kugelflächenfunktionen durch Legendre-Polynome ersetzt wurden und $\alpha_{\lambda 0}$ in $\beta_\lambda$ umbenannt wurde.

Um den quantenmechanischen Hamiltonian der Oberflächenvibration eines Atomkerns zu berechnen, bedienen wir uns den Berechnungen von Lord Rayleigh (1842-1919), der Oberflächenvibrationen für ein klassisches Tröpfchen berechnet hat [36]. Für eine nicht-komprimierbare und nicht-rotierende Flüssigkeitskugel mit der Dichte $\rho$ und dem Radius $R_0$ stellte er für die kinetische Energie den Term

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \frac{\rho R_0^5}{\lambda} \left| \dot{\alpha}_{\lambda\mu}(t) \right|^2 = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} B_\lambda \left| \dot{\alpha}_{\lambda\mu}(t) \right|^2 \tag{3.3}$$

auf. Entsprechend gilt für die potentielle Energie

$$V = \frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu}\left(SR_0^2(\lambda-1)(\lambda+2) - \frac{3}{2\pi}\frac{Z^2e^2}{R_0}\frac{\lambda-1}{2\lambda+1}\right)\left|\alpha_{\lambda\mu}(t)\right|^2 \tag{3.4}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu} C_\lambda \left|\alpha_{\lambda\mu}(t)\right|^2 . \tag{3.5}$$

Bei $C_\lambda$ wurde bereits die elektrische Abstoßung der Protonen durch den zweiten Summanden berücksichtigt. $S$ ist die Oberflächenspannung, welche durch

$$4\pi R_0^2 S = a_S A^{2/3} \tag{3.6}$$

mit dem Oberflächenparameter $a_S$ aus der *Bethe-Weizsäcker Massenformel* verbunden ist. Um aus der Geschwindigkeit $\dot{\alpha}$ den generalisierten Impuls $P$ zu bekommen, wird die Lagrange-Funktion $L = T - V$ partiell nach $\dot{\alpha}$ abgeleitet:

$$P_{\lambda\mu} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_{\lambda\mu}} = B_\lambda \dot{\alpha}_{\lambda\mu} . \tag{3.7}$$

Der Hamiltonian kann nun geschrieben werden als

$$H = T + V = \sum_{\lambda\mu}\left(\frac{P_{\lambda\mu}^2}{2B_\lambda} + \frac{1}{2}C_\lambda \alpha_{\lambda\mu}^2\right), \tag{3.8}$$

welcher die Summe aus harmonischen Oszillatoren darstellt:

$$H_{\text{h.o.}} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kq^2 . \tag{3.9}$$

Bei der Übertragung des Bildes einer Flüssigkeitskugel auf den Atomkern geht der klassische harmonische Oszillator in den quantenmechanischen harmonischen Oszillator über. Der Hamiltonian des quantenmechanischen harmonischen Oszillators für 3 Dimensionen in der Sprache der Zweiten Quantisierung ist:

$$H = \hbar\omega \sum_\mu \left(b_{\lambda\mu}^\dagger b_{\lambda\mu} + \frac{5}{2}\right). \tag{3.10}$$

Das Spektrum des quantenmechanischen harmonischen Oszillators besitzt äquidistante Energieeigenwerte, die als Schwingungsquanten bzw. *Phononen* bezeichnet werden. An- und Abregungen können somit als Erzeugung bzw. Vernichtung von Phononen mit dem Drehimpuls $\lambda$ und damit gut in zweiter Quantisierung beschrieben werden. Der 1-Phonon-Quadrupolzustand ist dementsprechend die Erzeugung eines Phonons mit $\lambda = 2$ und trägt daher auch den Drehimpuls $J^\pi = 2^+$:

$$|1; 2\,\mu\rangle = b^\dagger_{2\mu}\,|0; 0\,0\rangle\ . \tag{3.11}$$

Der Phononenerzeuger $b^\dagger$ – der Vernichter ist $b$ – wirkt dabei auf die Wellenfunktion des Grundzustands $|N = 0; J = 0\, M_J = 0\rangle$.

Von der Dreiecksungleichung her sollte für einen 2-Phonon-Quadrupolzustand, also die Kopplung zweier Phononen mit $\lambda = 2$, die Drehimpulse $0^+, 1^+, 2^+, 3^+$ und $4^+$ möglich sein. Da Phononen mit gleichem Drehimpuls ununterscheidbar sind, fallen hier einige Kombinationen weg: Stellt man die Additionen aller $\mu_1$ und $\mu_2$ auf und berücksichtigt, dass $(\mu_1, \mu_2)$ die gleiche Kombination wie $(\mu_2, \mu_1)$ ist und damit nur einfach gezählt werden darf, bleiben nur Projektionen zu Drehimpulsen $0^+, 2^+$ und $4^+$ übrig. Das gleiche Ergebnis erhält man in zweiter Quantisierung:

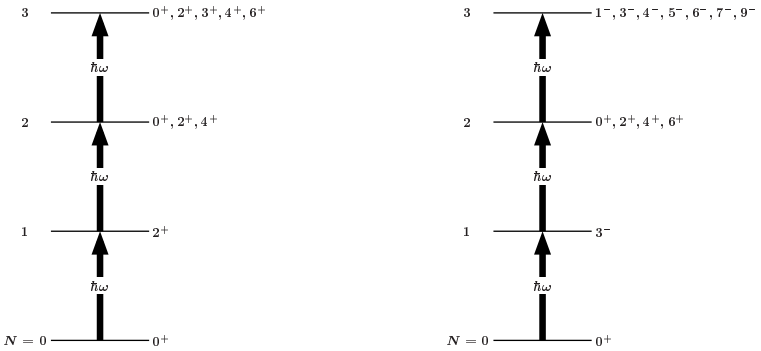
$$|2; J\, M_J\rangle = \sum_{\mu_1\mu_2} \langle 2\,\mu_1\, 2\,\mu_2\,|\,J\, M_J\rangle\; b^\dagger_{2\mu_1}\, b^\dagger_{2\mu_2}\,|0; 0\,0\rangle\ . \tag{3.12}$$

Durch die Forderung, dass die Wellenfunktion $|2; 2\, M_J\rangle$ symmetrisch unter Vertauschung ist, muss $\langle 2\,\mu_1\, 2\,\mu_2\,|\,J\, M_J\rangle = \langle 2\,\mu_2\, 2\,\mu_1\,|\,J\, M_J\rangle$ gelten, was nur für $J = 0, 2$ oder 4 erfüllbar ist.

Das gleiche Verfahren kann zur Bestimmung der möglichen Kopplungen für den 3-Phonon-Zustand angewendet werden, sowie zur Bestimmung der Kopplungen mit Oktupol-Phononen. Abbildung 3.2 zeigt die Anregungsschema von bis zu drei Quadrupol-Phononen und Oktupol-Phononen, wobei es für den 3-Phonon-Oktupolzustand bislang keine Kandidaten gibt und 2-Phonon-Oktupolzustände bislang nur in $^{208}$Pb und $^{146,147,148}$Gd identifiziert wurden [18, 19, 20, 37, 38, 39].

## 3.2 IBM – Das Interacting Boson Model

Das *Interacting Boson Model* (IBM) [3] ist ein algebraisches Modell, mit dem es möglich ist, niederenergetische kollektive Anregungen von Atomkernen zu beschreiben. Die Grundidee hinter dem IBM ist die Kopplung der Valenznukleonen zu Bosonen, so dass die Zahl der Freiheitsgrade drastisch reduziert und damit berechenbar wird. Für niederenergetische Zustände mit positiver Parität reicht häufig




**(a)** Zustände mit Quadrupol-Phononen **(b)** Zustände mit Oktupol-Phononen

**Abbildung 3.2.:** Levelschema eines harmonischen Vibratorkerns. Gezeigt sind die 1-, 2- und 3-Phonon-Zustände für Quadrupol- und Oktupol-Phononen.

die einfachste Version des IBMs, das $sd$-IBM-1, aus. Diesem Modell liegt eine $U(6)$-Symmetrie zu Grunde, welche in zweiter Quantisierung durch die 36 Generatoren $s^\dagger s$, $s^\dagger d_\mu$, $d_\mu^\dagger s$ und $\left[d_\mu^\dagger d_\mu\right]_J$ mit $J = 0, 1, 2, 3, 4$ aufgespannt wird. Ähnlich zu den im vorherigen Kapitel eingeführten Bosonenoperatoren $b^\dagger$ und $b$ erzeugt $s^\dagger$ ein $s$-Boson und $d_\mu^\dagger$ ein $d$-Boson mit der Projektion $\mu$. Gleiches gilt für die Vernichter $s$ und $d_\mu$.

Für die Untergruppen $U(5)$, $SU(3)$ und $O(6)$ von $U(6)$ existieren analytische Lösungen im $sd$-IBM-1. Die Untergruppe $U(5)$ repräsentiert den sphärischen, anharmonischen Vibrator, $SU(3)$ den starren Rotor und $O(6)$ den $\gamma$-weichen Rotor [3]:

$$\begin{array}{ccccccccccc} \underset{N}{U(6)} & \supset & \underset{n_d}{U(5)} & \supset & \underset{\nu}{O(5)} & \supset & \underset{\nu_\Delta}{} & \underset{L}{O(3)} & \supset & \underset{M}{O(2)}, & (3.13) \\ \underset{N}{U(6)} & \supset & & \underset{(\lambda,\mu)}{SU(3)} & & \supset & \underset{K}{} & \underset{L}{O(3)} & \supset & \underset{M}{O(2)}, & (3.14) \\ \underset{N}{U(6)} & \supset & \underset{\sigma}{O(6)} & \supset & \underset{\tau}{O(5)} & \supset & \underset{n_\Delta}{} & \underset{L}{O(3)} & \supset & \underset{M}{O(2)}. & (3.15) \end{array}$$

Ein einfacher Hamiltonian im Rahmen des $sd$-IBM-1 ist [40]

$$H = \varepsilon n_d + \kappa Q^\chi Q^\chi \tag{3.16}$$

mit

$$n_d = d_\mu^\dagger \tilde{d}_\mu \,, \tag{3.17}$$

$$Q^\chi = s^\dagger \tilde{d}_\mu + d_\mu^\dagger s + \chi \left[ d_\mu^\dagger \tilde{d}_\mu \right]^{(2)} . \tag{3.18}$$

Der Operator $n_d$ zählt die Anzahl der $d$-Bosonen und repräsentiert die sphärische Grundform des Kerns mit $\tilde{d}_\mu = (-1)^\mu d_{-\mu}$, während $Q^\chi$ für eine quadrupoldeformierte Konfiguration verantwortlich ist.

Bislang haben wir noch keine Unterscheidung zwischen Protonen und Neutronen vorgenommen. Möchte man gemischt-symmetrische Zustände sog. *mixed-symmetric states* (MSS) im IBM beschreiben, ist eine Unterscheidung zwischen Protonen- und Neutronenbosonen notwendig. Dies wird durch die Erweiterung $sd$-IBM-2 realisiert. Der oben gezeigte Hamiltonian erweitert sich um den Majorana-Operator $M_{\pi\nu}$ und die Bosonen werden durch den Index $\pi$ und $\nu$ in Protonen- und Neutronenbosonen unterschieden:

$$H = \varepsilon(n_{d_\pi} + n_{d_\nu}) + \kappa(Q_\pi^\chi + Q_\nu^\chi)(Q_\pi^\chi + Q_\nu^\chi) + \lambda M_{\pi\nu} \tag{3.19}$$

mit

$$M_{\pi\nu} = \frac{1}{2}\xi_2 \left(s_\pi^\dagger d_\nu^\dagger - d_\pi^\dagger s_\nu^\dagger\right) \cdot \left(s_\pi \tilde{d}_\nu - \tilde{d}_\pi s_\nu\right) \tag{3.20}$$

$$- \sum_{k=1,3} \xi_k \left( \left[ d_\pi^\dagger d_\nu^\dagger \right]_k \cdot \left[ \tilde{d}_\pi \tilde{d}_\nu \right]_k \right) . \tag{3.21}$$

In Analogie zum Isospinformalismus zur Unterscheidung zwischen Protonen und Neutronen wird im IBM der $F$-Spin-Formalismus eingeführt: Protonen- und Neutronenbosonen haben beide $F$-Spin $\frac{1}{2}$ mit der Projektion $F_z = +\frac{1}{2}$ für Protonenbosonen und $F_z = -\frac{1}{2}$ für Neutronenbosonen. Besitzt ein Zustand den maximal möglichen $F$-Spin $F_{\max} = \frac{1}{2}(N_\pi + N_\nu)$, so ist die Wellenfunktion des Zustands symmetrisch unter Vertauschung von Protonen- und Neutronenbosonen. $N_\rho$ mit $\rho \in \{\pi, \nu\}$ bezeichnet die Anzahl der Protonen- bzw. Neutronenbosonen. Diese Klasse von Zuständen bezeichnet man als *full-symmetric states* (FSS) und kann ebenfalls im IBM-1 beschrieben werden. Zustände mit $F < F_{\max}$ gelten als gemischt-symmetrische Zustände, deren Wellenfunktion sich teilweise antisymmetrisch unter Vertauschung von Protonen- und Neutronenbosonen verhält. Die Scherenmode in deformierten Kernen und gemischt-symmetrischen Zustände in sphärischen Vibratorkernen sind Beispiele für Zustände mit $F = F_{\max} - 1$. Zustände mit einem $F$-Spin, der kleiner ist als $F_{\max} - 1$, wurden bislang noch nicht identifiziert.

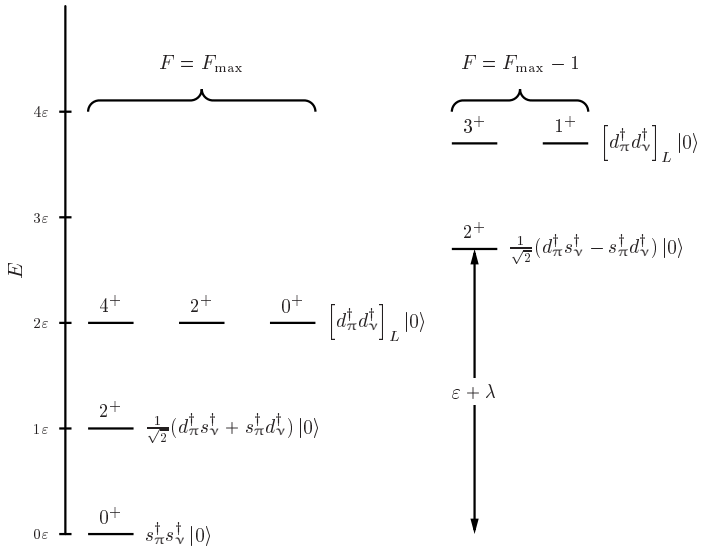



**Abbildung 3.3.:** Levelschema eines IBM-2 Hamiltonians mit $U(5)$-Symmetrie und $N_\pi = N_\nu = 1$. Die Abbildung wurde modifiziert entnommen aus Ref. [7].

Abbildung 3.3 zeigt das Levelschema eines $sd$-IBM-2 Hamiltonians mit $U(5)$-Symmetrie und $N_\pi = N_\nu = 1$. Man erkennt das typische Vibratorlevelschema (vgl. Abb. 3.2) bei den FSS. Der $2^+_{\text{MSS}}$ unterscheidet sich durch ein Minuszeichen zwischen Protonen- und Neutronenwellenfunktion, welches als $\exp(i\pi)$ geschrieben werden kann. Dadurch wird die Phasenverschiebung zwischen $|\pi\rangle$ und $|\nu\rangle$ sichtbar, die den Wert $\pi$ hat und anschaulich als gegenphasige Schwingung der Protonen gegen die Neutronen interpretiert werden kann.

Die eindeutigste Signatur, die experimentell messbar ist, ist der elektromagnetische Zerfall eines MSS durch orbitale $M1$-Übergänge. Der IBM-$M1$-Operator ist gegeben durch [7]:

$$T(M1) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\left[\frac{N_\pi\, g_\pi + N_\nu\, g_\nu}{N} L_{\text{tot}} + (g_\pi - g_\nu)\,\frac{N_\pi N_\nu}{N}\left(\frac{L_\pi}{N_\pi} - \frac{L_\nu}{N_\nu}\right)\right]\mu_N\,, \quad (3.22)$$

wobei $g_\rho$ die $g$-Faktoren sind, $N = N_\pi + N_\nu$ die Gesamtzahl der Bosonen ist und $L_\rho = \sqrt{10}\left[d^\dagger_\rho \times \tilde{d}_\rho\right]_{L=1}$ der Drehimpulsoperator für Protonen- und Neutronenbo-

sonen mit $L_{\text{tot}} = L_\pi + L_\nu$ ist. Es kann gezeigt werden, dass $M1$-Übergänge zwischen zwei FSS verboten, jedoch zwischen einem MSS und einem FSS erlaubt sind und das $M1$-Matrixelement für einen solchen Übergang einen Wert in der Größenordnung von $1\,\mu_N$ haben muss.

Zur Beschreibung von Zuständen mit negativer Parität muss das Modell erneut angepasst werden, was in der Erweiterung zum $sdf$-IBM-2 realisiert wurde [8], bei dem $f$-Bosonen mit einem Drehimpuls 3 und intrinsisch negativer Parität in den Modellraum aufgenommen werden. In sphärischen Kernen ist der erste Zustand negativer Parität $3^-_1$ mit $F = F_{\max}$ und hat im $sdf$-IBM-2 die Form $\left|3^-_1\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(f^\dagger_\pi s^\dagger_\nu + s^\dagger_\pi f^\dagger_\nu)|0\rangle$. Der dazu passende MSS unterscheidet sich wieder durch ein Minuszeichen zwischen den Teilwellenfunktionen. Für die $B(M1)$-Stärke eines $3^-_{1,\text{MSS}} \to 3^-_{1,\text{FSS}}$ Übergangs im $U_{\pi\nu}(1) \otimes U_{\pi\nu}(5) \otimes U_{\pi\nu}(7)$ Limit gilt [8]:

$$B\left(M1; 3^-_{1,\text{MSS}} \to 3^-_1\right) = \frac{9}{\pi}(g_\pi - g_\nu)^2 \frac{N_\pi N_\nu}{N^2}\mu_N^2 . \tag{3.23}$$

Unter der Annahme, dass $^{144}$Nd im IBM-2 als $^{132}$Sn-Kern mit fünf Protonenbosonen und einem Neutronboson dargestellt werden kann, ergibt sich mit $g_\pi = 1$ und $g_\nu = 0$ eine theoretische Übergangsstärke von

$$B\left(M1; 3^-_{1,\text{MSS}} \to 3^-_1\right) = 0.4\,\mu_N^2 . \tag{3.24}$$

## 3.3 QPM – Das Quasiteilchen Phonon Modell

Das *Quasiteilchen Phonon Modell* (QPM, engl. Quasiparticle Phonon Model) ist ein mikroskopisches Modell, das auf der Quasiparticle Random-Phase Approximation (QRPA) aufbaut und präzise Vorhersagen über kollektive Anregungen in Kernen nahe Schalenabschlüssen machen kann. Da hier nur eine kurze Einführung in das QPM gegeben werden kann, sei hier auf Referenz [41] verwiesen, die eine detaillierte Beschreibung des QPM und dessen Möglichkeiten bietet. Der Hamiltonian des QPM hat die Form

$$H = H_{\text{sp}} + V_{\text{pair}} + H^{\text{ph}}_{\text{M}} + H^{\text{ph}}_{\text{SM}} + H^{\text{pp}}_{\text{M}} . \tag{3.25}$$

Die einzelnen Summanden des Hamiltonian sind:

- $H_{\text{sp}}$ ist der Hamiltonian, der ein Woods-Saxon-Potential

$$V_{\text{WS}} = -\frac{V_0}{1+\exp\left(\frac{r-r_0A^{1/3}}{a}\right)} \tag{3.26}$$

  beinhaltet.

- $V_{\text{pair}}$ beschreibt das Monopol-Pairing.

- $H_{\text{M}}^{\text{ph}}$ und $H_{\text{SM}}^{\text{ph}}$ sind Summen von separablen Multipol-Multipol (M) und Spin-Multipol (SM) Wechselwirkungen, die auf den Teilchen-Loch-Kanal (ph, particle-hole) wirken.

- $H_{\text{M}}^{\text{pp}}$ ist entsprechend die Summe über Teilchen-Teilchen Multipol-Multipol-Wechselwirkungen.

Die mathematische Struktur der einzelnen Teile des QPM-Hamiltonians kann in Referenz [41] nachgelesen werden.

Im ersten Schritt einer QPM-Rechnung müssen die im Hamiltonian vorkommenden Teilchen-Loch-Operatoren $a_q^\dagger$ und $a_q$ in Quasiteilchenoperatoren $\alpha_q^\dagger$ und $\alpha_q$ über die kanonische Bougoliubov-Transformation umgewandelt werden:

$$a_q^\dagger = u_q\alpha_q^\dagger + v_q\alpha_{\bar{q}} \tag{3.27}$$

$$a_q = u_q\alpha_q + v_q\alpha_{\bar{q}}^\dagger, \tag{3.28}$$

wobei $\alpha_{\bar{q}}$ und $\alpha_{\bar{q}}^\dagger$ die zeitumgekehrten Operatoren sind. Auf diese Weise erhält man den Quasiteilchen-Hamiltonian mit den zu den QRPA-Energien $\omega_\lambda$ gehörenden Phononen:

$$Q_\lambda^\dagger = \frac{1}{2}\sum_{qq'}\left\{\psi_{qq'}^\lambda\left[\alpha_q^\dagger\alpha_{q'}^\dagger\right]_\lambda - \varphi_{qq'}^\lambda\left[\alpha_{q'}\alpha_q\right]_{\bar{\lambda}}\right\}. \tag{3.29}$$

Die Amplituden $\psi_{qq'}^\lambda$ und $\varphi_{qq'}^\lambda$ erfüllen die Gleichung:

$$\frac{1}{2}\sum_{qq'}\left[\psi_{qq'}^\lambda\psi_{qq'}^{\lambda'} - \varphi_{qq'}^\lambda\varphi_{qq'}^{\lambda'}\right] = \delta_{\lambda\lambda'}. \tag{3.30}$$

Nach Erzeugung der QRPA-Phononen kann der Hamiltonian in folgende Form gebracht werden:

$$H_{\mathrm{QPM}} = \sum_{\lambda} \omega_{\lambda} Q^{\dagger}_{\lambda} Q_{\lambda} + H_{\mathrm{vq}} \,. \tag{3.31}$$

Der erste Term repräsentiert den ungestörten Phononen-Hamiltonian und $H_{\mathrm{vq}}$ ist der Phononen-Kopplungs-Teil, der in Referenz [35] nachgelesen werden kann.

Der QPM-Hamiltonian ist im Raum, der von Ein-, Zwei- und Drei-QRPA-Phononen aufgespannt wird, diagonalisiert. Die Eigenfunktionen haben die Form:

$$\begin{aligned} \Psi_{\nu JM} = &\sum_{i} R^{(\nu J)}_{i} Q^{\dagger}_{iJM} \left|0\right\rangle + \sum_{\lambda_1 \lambda_2} P^{(\nu J)}_{\lambda_1 \lambda_2} \left[ Q^{\dagger}_{\lambda_1} \otimes Q^{\dagger}_{\lambda_2} \right]_{JM} \left|0\right\rangle \\ &+ \sum_{\lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_3 I} T^{(\nu J)}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 I} \left[ \left[ Q^{\dagger}_{\lambda_1} \otimes Q^{\dagger}_{\lambda_2} \right]_{I} \otimes Q^{\dagger}_{\lambda_3} \right]_{JM} \left|0\right\rangle \,, \end{aligned} \tag{3.32}$$

wobei $i$ die QRPA-Phononen und $\nu$ die QPM-Zustände zu gegebenem Spin $JM$ bezeichnet.

Der Einteilchen-Übergangsoperator im QPM hat die Form

$$T(\sigma\lambda) = \mathscr{M}_{\mathrm{ph}}(\sigma\lambda) + \mathscr{M}_{\mathrm{sc}}(\sigma\lambda) \,. \tag{3.33}$$

Der erste Teil ist gegeben durch

$$\mathscr{M}_{\mathrm{ph}}(\sigma\lambda, m) = \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \sum_{qq'} \left\langle q \left\| T(\sigma\lambda) \right\| q' \right\rangle \left( u_q v_{q'} \pm v_q u_{q'} \right) \left( \psi^{\lambda}_{qq'} + \phi^{\lambda}_{qq'} \right) \left( Q^{\dagger}_{\lambda} + Q_{\bar{\lambda}} \right) \tag{3.34}$$

und verbindet Zustände, deren Phononenzahl sich um 1 unterscheidet. Dieser Term ist die führende Ordnung und beschreibt die bosonisch erlaubten Übergänge. Der zweite Term ist der Quasiteilchen-Streu-Term, der gegeben ist durch

$$\mathscr{M}_{\mathrm{sc}}(\sigma\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \sum_{qq'} \left\langle q \left\| T(\sigma\lambda) \right\| q' \right\rangle \left( u_q u_{q'} \mp u_q u_{q'} \right) \left[ \alpha^{\dagger}_{q} \times \alpha_{q'} \right]_{\lambda} \tag{3.35}$$

und Zustände mit der gleichen Bosonenzahl oder einer um zwei unterschiedlichen Bosonenzahl verbindet. Diese Übergänge bezeichnet man als bosonisch verboten. Der Term $\mathscr{M}_{\mathrm{ph}}$ ist dominant bei Übergängen zwischen dem Grundzustand und 1-Phonon-Zuständen, während der Term $\mathscr{M}_{\mathrm{sc}}$ für Übergänge zwischen den 1-Phonon-Zuständen verantwortlich ist, die sonst verboten wären.

Für eine QPM-Rechnung ist es notwendig, einige Parameter, die in das Woods-Saxon-Potential des Hamiltonians eingehen, für bestimmte Regionen in der Nuklidkarte zu fixieren. Für die Region um $N = 82$ eigenen sich Werte, die aus experimentellen Daten zu $^{136}$Ba bestimmt wurden. Dabei sind alle Orbitale unterhalb der Fermienergie und alle gebundenen Zustände darüber in die Rechnung eingegangen. Die Kopplungsstärke des Quadrupol-Quadrupol-Teilchen-Loch-Potentials $\kappa_2$ und des Oktupol-Oktupol-Teilchen-Loch-Potentials $\kappa_3$ werden durch die experimentell bestimmten Energien des $2_1^+$ und $3_1^-$ Zustands festgelegt.

Mit einer Neutronenzahl von $N = 84$ ist das QPM als Modell für theoretische Berechnungen in $^{144}$Nd sehr gut geeignet. Die Übergangsstärken im Quadrupolsektor in diesem Kern und die verwendeten QPM-Parameter ($e_\pi = 1.05$, $e_\nu = 0.05$, $g_s = 0.8$) können aus den Referenzen [42, 43] entnommen werden. In dieser Referenz findet sich auch ein Vergleich mit den experimentellen Werte von S. F. Hicks. Für diese Arbeit wurden für den Oktupolsektor von Ch. Stoyanov und V. Ponomarev neue QPM-Rechnungen erstellt, die in Kapitel 6 und 7 mit den experimentellen Werten dieser Arbeit verglichen werden.

# 4 Experimentelle Aufbauten und Durchführung

Die in dieser Dissertation analysierten Datensätze wurden am Institut-Laue-Langevin (ILL) in Grenoble, Frankreich, an den experimentellen Aufbauten EXILL (EXOGAM@ILL) und GAMS6 aufgenommen. Beide Experimente werden in den folgenden Abschnitten genau erläutert. Das ILL ist ein internationales Forschungszentrum, das mit seinem 50 MW Hochflussreaktor eine Vielzahl von Experimenten mit Neutronen verschiedener kinetischer Energien ermöglicht. Der Reaktor stellt mit einem thermischen Neutronenfluss von $2 \times 10^{15} \frac{1}{\mathrm{cm}^2 s}$ die weltweit stärkste kontinuierliche Neutronenquelle dar. Die Neutronen können entweder direkt am Reaktor genutzt werden (u. a. bei GAMS) oder durch Neutronenleiter in die benachbarte Experimentierhalle transferiert werden (u. a. EXILL). Bei letzterem Verfahren werden die Neutronen(wellen) an den Wänden der Neutronenleiter durch Bragg-Reflexion reflektiert und, analog zu Licht in einem Glasfaserkabel, dem Experiment zugeführt.

## 4.1 Der EXGOAM@ILL-Aufbau

EXILL ist ein $\gamma$-Spektrometer, das am Ende der kalten Neutronentransferlinie PF1B am ILL aufgebaut war. Der Aufbau bot die Möglichkeit, insg. 16 Detektoren konzentrisch um eine Kammer anzuordnen, in der sich das Target befand, welches mit kalten Neutronen bestrahlt werden konnte, um so verschiedene Reaktionsmechanismen hervorzurufen. Vor dem Spektrometer war ein Kollimator installiert, der den Neutronenstrahl auf einen Durchmesser von 12 mm reduzierte [44]. Für die hier beschriebene $(\mathrm{n}, \gamma)$-Kampagne im März 2013 wurden ausschließlich hochreine Germanium-Detektoren (HPGe) vom Typ EXOGAM [45], GASP [46] und LOHENGRIN verwendet. Die EXOGAM-Detektoren sowie die GASP-Detektoren stammen ursprünglich vom EXOGAM-Spektrometer an GANIL (*Grand Accélérateur National d'Ions Lourds*) und vom GASP-Spektrometer am LNL (*Laboratori Nazionali di Legnaro*) und wurden für die EXILL-Strahlzeit ans ILL ausgeliehen. Die LOHENGRIN-Detektoren sind wie die EXOGAM-Detektoren Clover-Detektoren (vgl. Abb. 2.10), die zum Inventar des LOHENGRIN-Experiments am ILL gehören. Neben den $(\mathrm{n}, \gamma)$-Kampagnen gab es im gleichen Zeitraum noch eine Spaltkampagne mit $^{235}$U- und

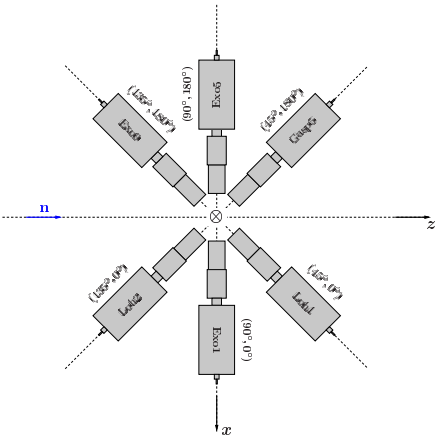
$^{241}$Pu-Targets sowie eine Fast-Timing-Kampagne (FATIMA) ebenfalls mit Spalttargets. Für letztere wurde der Aufbau leicht modifiziert und eine Mischung aus HPGe-Detektoren und $LaBr_3$(Ce)-Detektoren genutzt.

Für die Beschreibung der Detektorpositionen wird in den Aufbau ein Koordinatensystem gelegt, so dass die $z$-Achse in Richtung des Neutronenflusses und die $x$-Achse nach unten zeigt. Im Koordinatenursprung befindet sich das Target. Die Detektorpositionen werden in Kugelkoordinaten $(\vartheta, \varphi)$ in Bezug auf dieses Koordinatensystem angegeben. Die acht Clover-Detektoren vom Typ EXOGAM waren senkrecht zur Neutronenflussrichtung unter $\vartheta = 90°$ mit oktogonaler Symmetrie in einem Ring angeordnet (vgl. Abb. 4.1c). Im Folgenden werden diese Detektoren als Exo1...8 bezeichnet. Für die Benennung der vier Einzelkristalle von jedem Clover wird ein Buchstabe an die Detektorbezeichnung angefügt (Exo1...8A...D). Die Einzelkristalle vom Typ EXOGAM sind zusätzlich vierfach segmentiert, was aber bei der hier vorliegenden Arbeit nicht verwendet wurde. Ein weiterer EXOGAM-Detektor wurde unter $(135°, 180°)$ eingebaut und trägt die Bezeichnung Exo9.

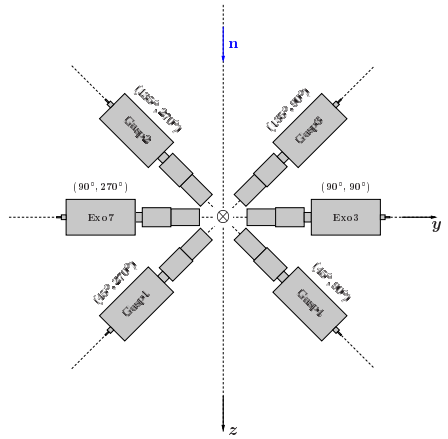
Die GASP-Detektoren bestehen aus einem Einzelkristall und sind nicht weiter segmentiert. Fünf dieser Detektoren standen unter $\vartheta = 45°$ bzw. $\vartheta = 135°$ (vgl. Abb. 4.1a und 4.1b) und tragen die Bezeichnung Gasp1...5. Sowohl die EXOGAM- als auch die GASP-Detektoren verfügen über einen Anti-Compton-Schild aus Bismutgermanat ($Bi_4Ge_3O_{12}$, kurz: BGO). Die BGO-Kristalle sind seitlich um die HPGe-Kristalle angeordnet und fungieren als Szintillatoren für 511-keV-$\gamma$-Quanten aus der Paarerzeugung und Compton-gestreute $\gamma$-Quanten, die den HPGe-Kristall verlassen und ggf. in den Nachbardetektor treffen. Die BGO-Detektoren werden über Photomultiplier ausgelesen, deren Signale in der späteren Offline-Analyse verwendet werden können, um Ereignisse zu eliminieren, bei denen nicht die komplette Energie im HPGe-Kristall deponiert wurde (vgl. Kapitel 5.2). Das Material BGO eignet sich dazu hervorragend, da es durch seine Dichte eine hohe Ansprechwahrscheinlichkeit und eine gute Zeitauflösung hat. Die Energieauflösung bei BGO ist allerdings sehr schlecht, was aber bei der Compton-Unterdrückung nicht ins Gewicht fällt, da man nur den Nachweis eines $\gamma$-Quants erbringen möchte und am Energiewert kein Interesse hat.

Von der Unterseite unter $\vartheta = 45°$ und $\vartheta = 135°$ wurden zwei Clover-Detektoren vom Typ LOHENGRIN verbaut. Die Geometrie der Detektoren ist ähnlich der Geometrie der EXOGAM-Detektoren, allerdings fehlt diesem Detektortyp der Anti-Compton-Schild. Abbildung 4.2 zeigt ein Bild des kompletten Aufbaus.

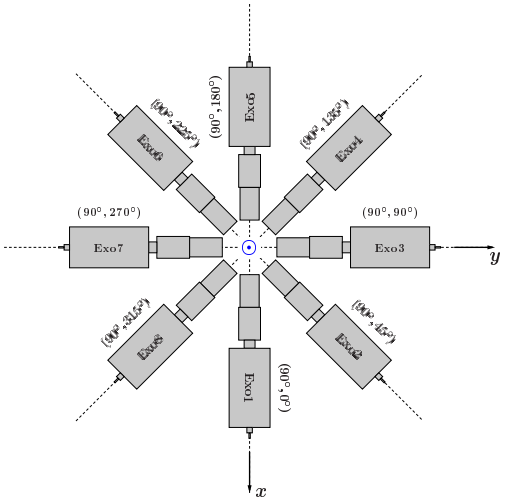
Im Zentrum der Detektor-Anordnung befindet sich die Targetkammer. In dieser kann auf einer Halterung entweder eine radioaktive Quelle für Kalibrierungszwecke oder eine Probe, welche mit Neutronen bestrahlt werden soll, befestigt werden. Die Kammer kann durch Vakuumpumpen evakuiert werden. Öffnet man den




**(a)** Blick von der Seite auf EXILL. Das ⊗-Symbol steht für die Richtung der $y$-Achse.




**(b)** Blick von oben auf EXILL. Das ⊗-Symbol steht für die Richtung der $x$-Achse.




**(c)** Blick von vorne auf EXILL. Das ⊙-Symbol steht für die Richtung der $z$-Achse und für die Flussrichtung der Neutronen.

**Abbildung 4.1.:** Schematischer Aufbau von EXILL. Die Winkel $(\vartheta, \varphi)$ bezeichnen den Polar- und Azimutalwinkel von jedem Detektor bezüglich des EXILL-Koordinatensystems, in dessen Ursprung sich das Target befindet. Der blaue Pfeil deutet die Flussrichtung der Neutronen an.

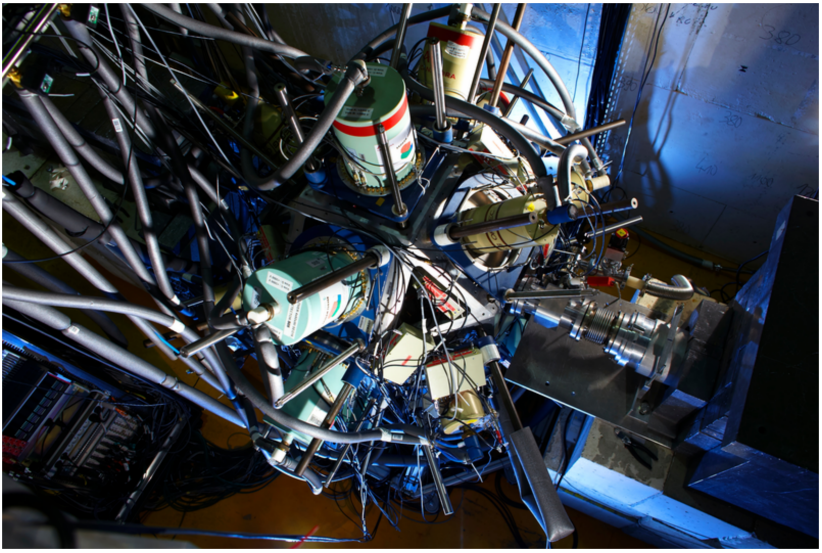


**Abbildung 4.2.:** EXILL-Setup an der kalten Neutronentransferlinie PF1B am ILL. Die Neutronen kommen von der rechten Seite und treffen auf das Target (hier: $^{143}$Nd) im Zentrum des Spektrometers. Zu erkennen sind einige der HPGe-Detektoren, die auf das Target ausgerichtet waren. Bildquelle: `www.ill.eu/index.php?id=14307`.

Shutter zum Neutronenleiter wird die Kammer mit kalten Neutronen mit einem Fluss von $10^8 \frac{1}{\mathrm{cm}^2\mathrm{s}}$ [44] geflutet und die Reaktion(en) am Target starten abhängig vom Wirkungsquerschnitt instantan. Schließt man den Shutter wieder, so endet die direkte Reaktion mit den Neutronen augenblicklich (ggf. finden noch sekundäre Reaktionen und Zerfälle statt).

Für die Signalverarbeitung der Detektorsignale wurde eine digitale Datenaufnahme entwickelt, die Zählraten von bis zu 1 MHz verarbeiten konnte. Die Verarbeitung hoher Datenraten wurde hauptsächlich durch die Kombination von zehn V1724, 8-Kanal, 14-bit, $100 \frac{\mathrm{MS}}{\mathrm{s}}$ (Megasamples pro Sekunde) CAEN Digitizer und eines „PowerPC-based VME single board computer“ gewährleistet. Die Datenaufnahme wurde im schwellenlosen (triggerless) Modus betrieben, so dass bei der offline Analyse sämtliche Informationen, die während des Experiments gesammelt wurden, zur Verfügung stehen [47].

### 4.1.1 Das $^{143}$Nd(n, $\gamma$) Experiment

Bei dem in dieser Arbeit beschriebenen Experiment bestand das Target aus 0.8 mg zu 91 % angereichertem metallischem $^{143}$Nd, dessen Hauptreaktion mit einem Wirkungsquerschnitt von $\sigma_{\mathrm{th.}} = 330\,\mathrm{b}$ [48] der Einfang von Neutronen ist. Bei der $^{143}$Nd(n, $\gamma$) Reaktion wird durch das eingefangene Neutron der Einfangszustand bei der Neutronenseparationsenergie $E = S_{\mathrm{n}} = 7817\,\mathrm{keV}$ [48] besetzt. Beim Einfang von thermischen und kalten Neutronen, wird kein Bahndrehimpuls übertragen, so dass der bevölkerte Einfangszustand einen Spin von $(J \pm \frac{1}{2})^{\pi}$ hat. $J$ ist dabei der Grundzustandsspin des Kerns vor dem Neutroneneinfang, an den der Spin $J_{\nu} = \frac{1}{2}$ des eingefangenen Neutrons koppelt. Das Neutron hat eine intrinsisch positive Parität, so dass der Eingangszustand die Parität $\pi$ des Grundzustands vor dem Einfang erhält. $^{143}$Nd hat einen Grundzustandsspin von $\frac{7}{2}^{-}$ [48], was zu einer möglichen Kopplung von $3^{-}$ und $4^{-}$ für den Einfangzustand in $^{144}$Nd führt. In Ref. [49] wird gezeigt, dass der Einfangszustand (CS, engl. capture state) vorrangig ein $3^{-}$ Zustand ist.

Von diesem Zustand aus werden durch $\gamma$-Zerfall (primärer Zerfall) tieferliegende Zustände, die ihrerseits wieder in tieferliegende Zustände oder den Grundzustand zerfallen (sekundärer Zerfall), bevölkert. Durch den hohen Wirkungsquerschnitt der $^{143}$Nd(n, $\gamma$)-Reaktion und die Anreicherung des Targets in Verbindung mit dem hohen Neutronenfluss am Experimentierplatz konnte trotz eines vergleichsweise leichten Targets eine hohen totale Zählrate von $2 \times 10^5$ Hz (individuelle Zählrate pro Einzelkristall $\sim 3 \ldots 4$ kHz) erreicht werden, was die Durchführung des Experiments in weniger als einem Tag ermöglichte (24./25. März 2013). $^{144}$Nd könnte seinerseits wieder ein Neutron einfangen, was aber abgesehen vom Anrei-

cherungsverhältnis von $^{143}$Nd zu $^{144}$Nd im Target mit einem Wirkungsquerschnitt von nur $\sigma_{\text{th.}} = 3.6\,\text{b}$ um einen Faktor 100 unterdrückt ist. $^{144}$Nd ist nominell ein $\alpha$-Strahler, aber mit einer Halbwertszeit von $T_{1/2} = 2.29 \times 10^{15}$ a als nahezu stabil anzusehen. Im November 2012 wurde bereits eine $(n,\gamma)$-Messung mit dem Nd-Target durchgeführt. Diese Daten wurden jedoch nicht zur Analyse herangezogen, da nicht zweifelsfrei geklärt werden konnte, ob die verwendeten Timing-Module synchron liefen. Für die FATIMA-Kampagne im Februar und März 2013 wurde das Timing modifiziert, so dass eine sichere Bestimmung des Zeitstempels von jedem Ereignis gewährleistet war. Die in dieser Arbeit analysierten $(n,\gamma)$-Daten wurden direkt im Anschluss an die FATIMA-Kampagne aufgenommen. Die Abbildungen 4.3 und 4.4 zeigen das Gesamtspektrum (OR-Spektrum) aller EXOGAM-Detektoren der $^{143}$Nd$(n,\gamma)$-Messung bis zu einer Energie von 8 MeV, wobei die prominentesten Peaks in diesem Spektrum markiert sind.

Jeweils vor und nach der Messung mit dem Target $^{143}$Nd fand eine Kalibrierungsmessung mit radioaktivem $^{152}$Eu statt, bei dessen Tochterkernen $^{152}$Gd und $^{152}$Sm angeregte Zustände durch $\beta^-$-Zerfall bzw. Elektroneneinfang bevölkert werden und dadurch sehr gut bekannte $\gamma$-Übergänge mit einer Energie bis zu 1409 keV für die Kalibrierung genutzt werden können. Eine sonst übliche Kalibrierung mit $BaCl_2$, bei dem die $\gamma$-Übergänge der Reaktion $^{35}$Cl$(n,\gamma)$ mit $\gamma$-Energien bis zu 8579 keV ausgenutzt werden, konnte nicht durchgeführt werden, da kein adäquates Target zur Verfügung stand. Da bei der Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse es aber notwendig ist, eine effizienzkalibrierte $\gamma\gamma$-Matrix bis zur Neutroneneinfangsenergie zu erstellen, wurde hier auf eine $BaCl_2$-Messung vor der FATIMA-Kampagne zurückgegriffen [50, 51].

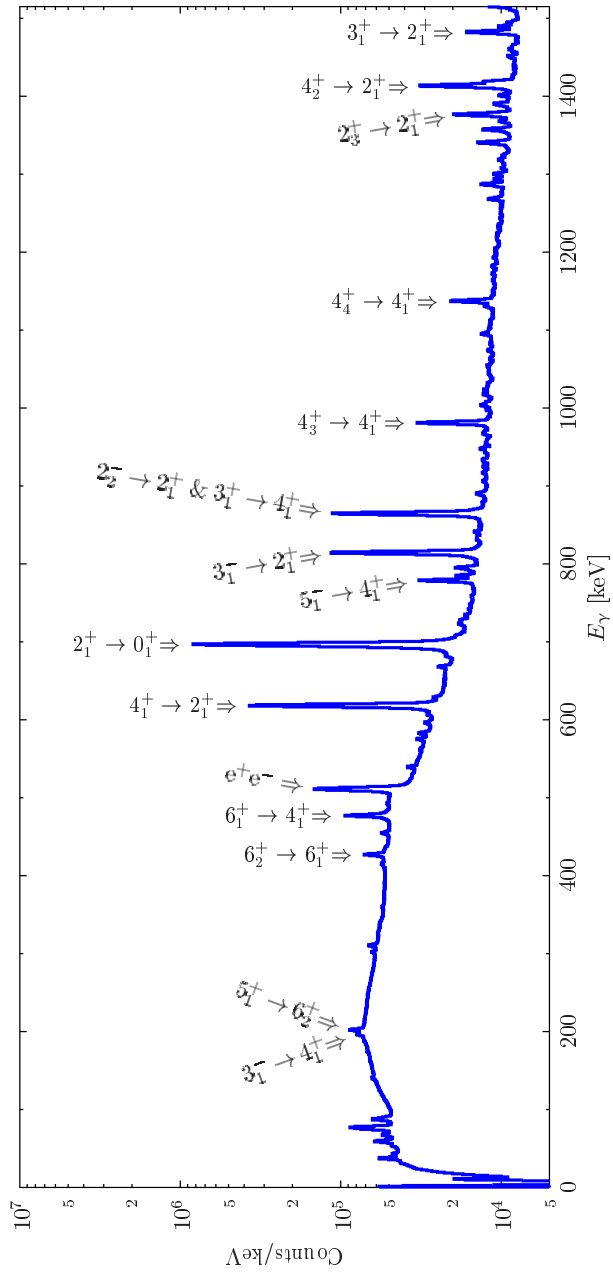



**Abbildung 4.3.:** Gesamtspektrum der EXOGAM-Detektoren von einem Run der $^{143}$Nd(n, $\gamma$)-Messung bis 1500 keV. Die prominentesten Peaks im Spektrum wurden markiert.

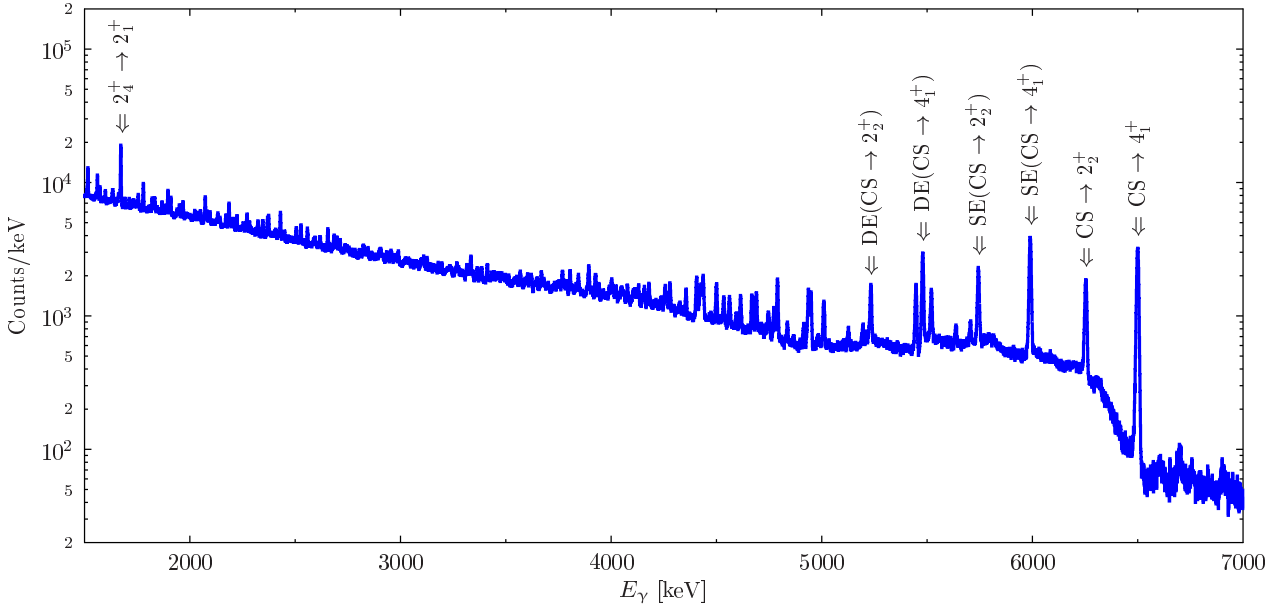



**Abbildung 4.4.:** Gesamtspektrum der EXOGAM-Detektoren von einem Run der $^{143}\mathrm{Nd}(\mathrm{n},\gamma)$-Messung von $1500\,\mathrm{keV}$ bis $7000\,\mathrm{keV}$. Die prominentesten Peaks im Spektrum wurden markiert. Die Abkürzung CS steht für captue state (Einfangszustand), die Abkürzungen SE und DE stehen für single escape und double escape.

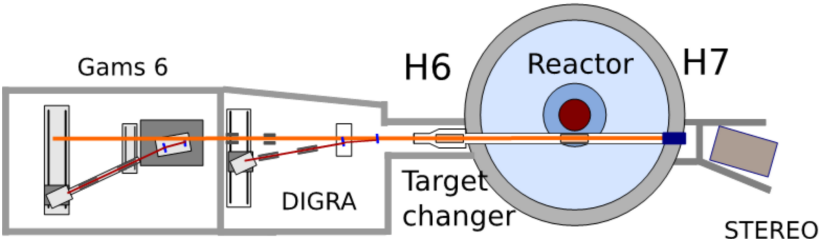



**Abbildung 4.5.:** Lageplan der GAMS6-Kasematte und des Reaktors [52]. Das Target wird in das H6-Strahlrohr in die Nähe des Reaktorkerns gefahren. Für eine GAMS6-Messung gelangen die $\gamma$-Strahlen durch die DIGRA-Kasematte in die GAMS6-Kasematte.

## 4.2 Der GAMS@ILL-Aufbau

Das zweite Experiment, das im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurde, wurde ebenfalls am ILL mit dem GAMS-Aufbau in der Ausbaustufe 6 (GAMS6) durchgeführt. Der Aufbau befindet sich am Ende des H6-Strahlrohrs und ist ca. 15 m vom Reaktorkern entfernt (vgl. Abb. 4.5). GAMS6 ist ein Instrument, mit dem es möglich ist, sehr kurze Lebensdauern in der Femtosekundenregion mit hoher Genauigkeit zu messen. Abbildung 4.6 zeigt die Sensitivitätslimits verschiedener direkter und indirekter Messmethoden für Lebensdauern im Vergleich. Neben Lebensdauermessungen hat GAMS6 folgende Aufgaben: Spektroskopie, Untersuchung von Beugungsprozessen in Kristallen und Bestimmung zwischenatomarer Potentiale, die zum Verständnis des Abbremsvorgangs von Atomen und Ionen in Materie relevant sind. Letzteres findet in der Kernphysik u. a. Verwendung in der Doppler-shift attenuation method (DSAM).

In der Vergangenheit wurden bereits erfolgreiche Messungen mit GAMS4 an $^{144}$Nd zur Bestimmung der Lebensdauer von angeregten Zuständen und Identifikation der Zustände des Quadrupol-Oktupol-Quintetts $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{J^-}$ durchgeführt [16], was zeigt, dass eine GAMS-Messung mit $^{144}$Nd generell machbar ist. Die in Kapitel 1 erwähnte Messung von S. F. Hicks *et al.* lieferte $\tau(3_3^-) = 94^{+75}_{-34}$ fs unter Verwendung der DSAM-INS-Methode (DSAM: Doppler-shift attenuation method, INS: Inelastic neutron scattering) als Lebensdauer für den $3_3^-$ Zustand, wobei dieser Wert durch die Problematik des Dubletts bei $E_\gamma = 1268$ keV beeinflusst ist. Dieser Wert zeigt aber, dass eine Messung von $\tau(3_3^-)$ mit GAMS möglich ist, da er in einem Bereich liegt, in dem GAMS sensitiv ist.

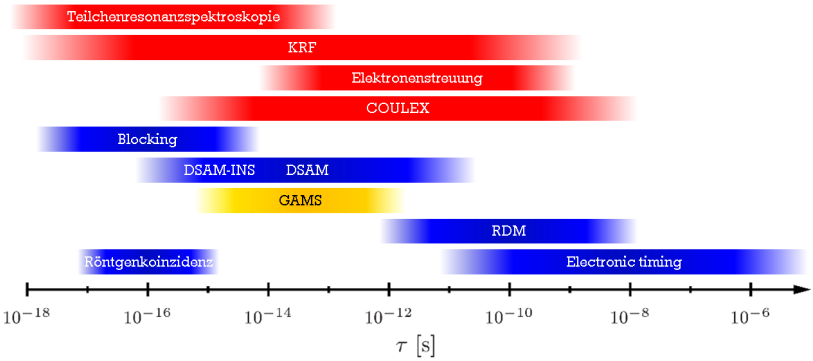



**Abbildung 4.6.:** Vergleich verschiedener Methoden mit Sensitivitätslimits zur Messung der Lebensdauer angeregter Kernzustände. Die in rot dargestellten Methoden sind indirekte Messmethoden, während es sich bei den in blau dargestellten Methoden und der GAMS-Methode (orange) um direkte Messmethoden handelt. Die Sensitivitätslimits wurden aus Ref. [50, 53] entnommen.

### 4.2.1 Die Gamma Ray Induced Doppler Broadening Methode – GRID

Bei einer Lebensdauermessung mit GAMS wird die GRID-Methode (**G**amma **R**ay **I**nduced **D**oppler Broadening) verwendet [54]. Dabei wird ein Target in die Nähe des Reaktorkerns gebracht, wo es der thermischen Neutronenstrahlung ausgesetzt wird und abhängig von Einfangswirkungsquerschnitt Neutronen einfängt. Dazu werden die schnellen Neutronen vom Reaktorkern moderiert, um sie auf thermische Geschwindigkeit ($E_{\text{kin.}} = 25\,\text{meV}$) abzubremsen. Bei der in dieser Arbeit analysierten Messung wurde ein Target aus 4 g natürlichem $Nd_2O_3$ verwendet. Der hohe thermische Neutronenfluss des Reaktors war ausreichend, so dass man hier auf eine Anreicherung im Isotop $^{143}$Nd und auf ein metallisches Target verzichten konnte. Aufgrund des hohen Wirkungsquerschnitts für thermischen Neutroneneinfang im Isotop $^{143}$Nd von $\sigma = 330\,\text{b}$ und der vergleichsweise niedrigen Wirkungsquerschnitte für die anderen Nd-Isotope sowie von Sauerstoff (vgl. Tabelle 4.1), erwarten wir nur wenige Kontaminanten im $\gamma$-Spektrum.

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben werden bei $(n,\gamma)$-Reaktionen der Einfangszustand bei der Neutronenseparationsenergie $S_n$ bevölkert, der u. a. in den Zustand zerfällt, dessen Lebensdauer gemessen werden soll. Der Impuls, den das Neutron auf den Kern beim Einfang überträgt, kann dabei vernachlässigt werden. Zerfällt der Kern vom Einfangszustand in tieferliegende Zustände, erhält er durch

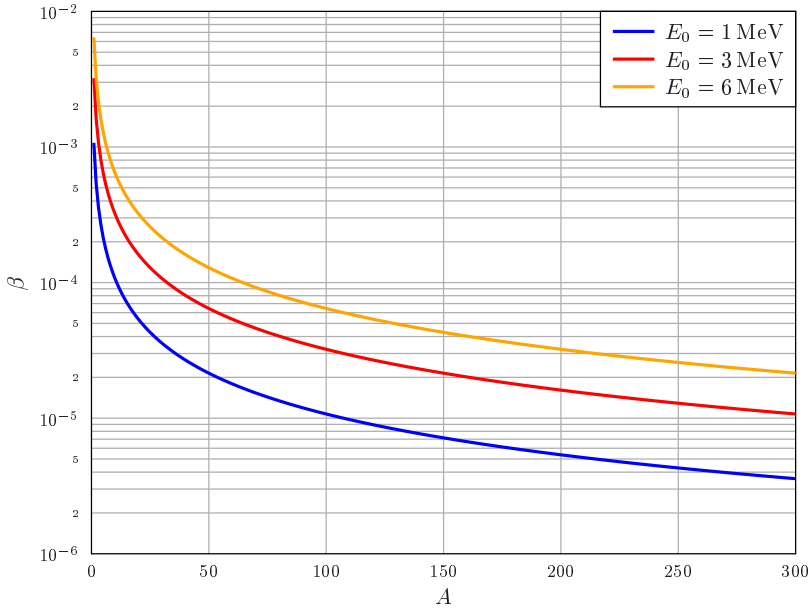



**Abbildung 4.7.:** Maximale Rückstoßgeschwindigkeit $\beta$ des Kerns nach der Emission des primären Photons mit der Energie $E_0$ in Abhängigkeit von der Massenzahl $A$.

die Emission des $\gamma$-Quants einen Rückstoß, der ihn in Bewegung versetzt. Gleichzeitig stößt er aber auf seinem Weg die umliegenden Atome und wird dadurch abgebremst. Ist die Lebensdauer kurz, so dass der Kern noch nicht abgebremst wurde, so ist das zweite emittierte Photon, das den zu messenden Zustand entvölkert, abhängig von seiner Geschwindigkeit $\beta = v/c$ und dem Emissionswinkel $\theta$ zur Flugrichtung, dopplerverschoben:

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cos(\theta)}\,. \tag{4.1}$$

Dieser Effekt erzeugt eine Verbreiterung der Linie im $\gamma$-Spektrum, da die Emissionsrichtung $\theta$ statistisch gleichverteilt auftritt. Üblicherweise liegen die Werte von $\beta$ zwischen $10^{-6}$ und $10^{-3}$ (vgl. Abb. 4.7). Ist die Lebensdauer des Zustands im Verhältnis zur Dauer des Abbremsvorgangs lang, so wird das Photon bei niedrigeren $\beta$ emittiert und die Linienverbreiterung wird kleiner. Das Sensitivitätslimit von GAMS

**Tabelle 4.1.:** $(n,\gamma)$-Wirkungsquerschnitte und relative Anteile für die in natürlichem $Nd_2O_3$ vorkommenden Isotope. Werte aus Ref. [48] entnommen.

| Isotop | Anteil im Target [%] | $\sigma_{(n,\gamma)}$ [b] |
|---|---|---|
| $^{142}$Nd | 10.86 | 19 |
| $^{143}$Nd | 4.87 | 330 |
| $^{144}$Nd | 9.52 | 3.6 |
| $^{145}$Nd | 3.32 | 50 |
| $^{146}$Nd | 6.88 | 1.5 |
| $^{148}$Nd | 2.30 | 2.6 |
| $^{150}$Nd | 2.26 | 1.0 |
| $^{16}$O | 59.85 | $1.9 \times 10^{-4}$ |
| $^{17}$O | 0.02 | $3.829 \times 10^{-3}$ |
| $^{18}$O | 0.12 | $1.6 \times 10^{-4}$ |

ist erreicht, wenn $\tau$ so groß ist, dass das Photon bei thermischer Geschwindigkeit emittiert wird.

Ist das spezifische Abbremsvermögen (engl. stopping power) des Materials bekannt, kann man aus der gemessenen Linienbreite auf die Lebensdauer des zu messenden Zustands zurückschließen. Die Herausforderung dabei ist, dass die Verbreiterung sich für die meisten Kerne im Elektronenvolt-Bereich bewegt, hingegen die Auflösung (FWHM) von herkömmlichen HPGe-Detektoren im Bereich Kiloelektronenvolt liegt, was im nächsten Abschnitt diskutiert werden soll.

### 4.2.2 Das GAMS6-Detektorsystem

Während Messungen mit der GRID-Methode bei leichten Kernen noch ohne Weiteres mit herkömmlichen HPGe-Detektoren möglich sind, da hier die Dopplerverschiebung wegen der höheren Rückstoßgeschwindigkeit größer ist als die intrinsische Auflösung der Detektoren, benötigt man für mittelschwere und schwere Kerne ein Detektorsystem, das $\gamma$-Energien bis in den eV-Bereich auflösen kann. Diese Auflösung liefert das Doppel-Kristall-Diffraktometer GAMS. Beispiele für Messungen mit leichten Kernen können in den Referenzen [55, 56, 57] nachgelesen werden.

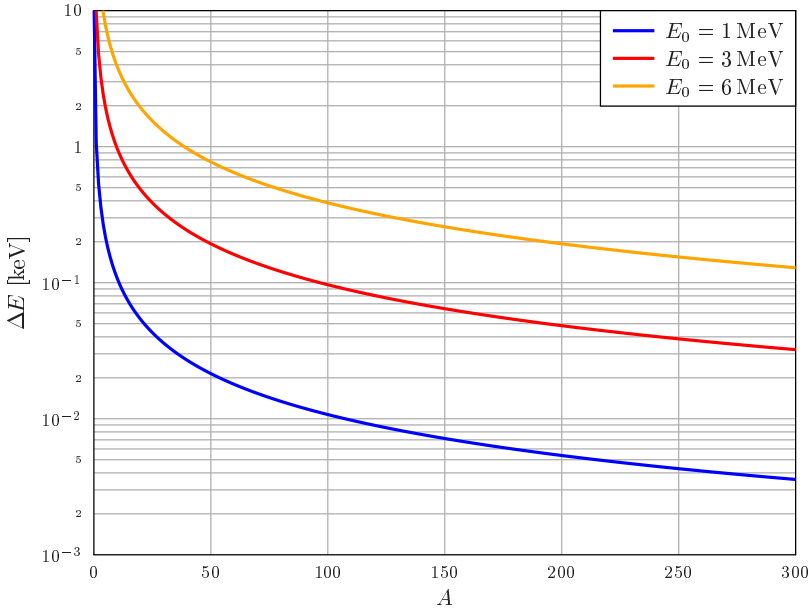



**Abbildung 4.8.:** Dopplerverschiebung $\Delta E$ eines Kerns, der durch die Emission eines Photons mit der Energie $E_0$ in Bewegung versetzt wurde und ein ein 1-MeV-Photon in Flugrichtung ($\theta = 0°$) emittiert.

Die hohe Auflösung der $\gamma$-Energie bei schweren Kernen wird durch die Verwendung zweier Kristalle aus Silizium erreicht, an denen die $\gamma$-Strahlung gebeugt wird. Abbildung 4.9 zeigt den schematischen Aufbau von GAMS6. Auf einem vibrationsgedämpften Tisch befindet sich eine Kammer, die evakuiert werden kann. Darin befinden sich die beiden drehbar gelagerten Kristalle, die über Motoren mit einer Genauigkeit von $10^{-4}$ rad angesteuert werden können. Die hohe Positionsgenauigkeit wird durch ein Laser-Interferometer gewährleistet, welches minimale Abweichungen von der Soll-Position registrieren kann.

Strahlung, die auf die Kristalle trifft, muss die Bragg-Bedingung

$$n\lambda = n\frac{hc}{E_\gamma} = 2d\sin\theta_B \tag{4.2}$$

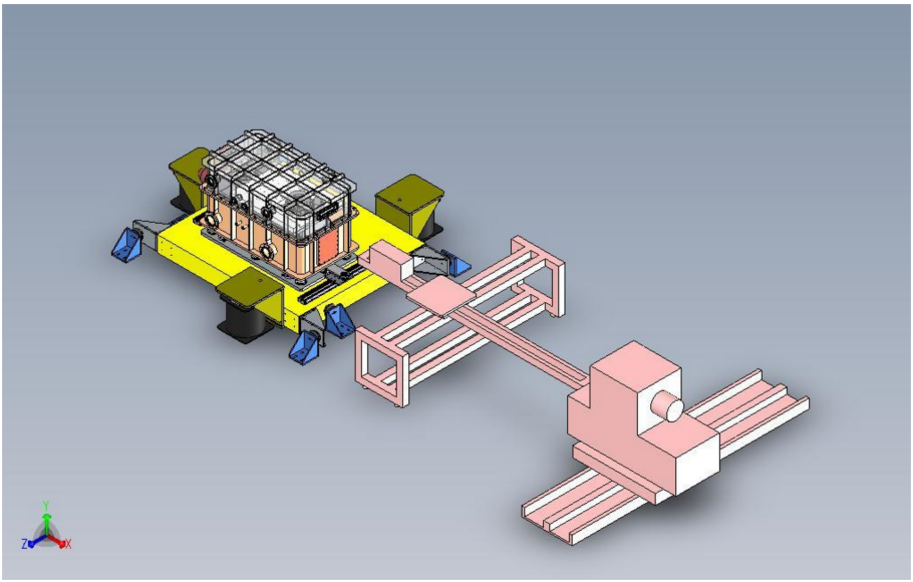


**Abbildung 4.9.:** CAD-Zeichungen des GAMS6-Aufbaus [52]. Zu sehen ist die Vakuumkammer, die beide Kristalle, deren Stellmotoren und die Interferometer beinhaltet, sowie den schwenkbaren Arm, der den Kollimator und den HPGe-Detektor trägt.

erfüllen. In dieser Arbeit wird $n$ für die Beugungsordnung des ersten Kristalls (Kristall-A) und $m$ für die Beugungsordnung des zweiten Kristalls (Kristall-B) verwendet. Die Gitterkonstante $d$ ist bei beiden Kristallen gleich und beträgt [52]

$$d = 1.917 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}\,. \tag{4.3}$$

Nach Kristall-B durchläuft die $\gamma$-Strahlung einen Kollimator, in dessen Verlängerung ein HPGe-Detektor unter einer Bleiabschirmung angebracht ist. Die Detektorposition und die Ausrichtung des Kollimators muss so gewählt werden, dass sie der Bragg-Bedingung für Kristall-B genügt. Der HPGe-Detektor dient lediglich als Zähler für Ereignisse, die grob in dem Energiebereich liegen, in dem der Übergang zu erwarten ist. Die hohe Energieauflösung wird durch die beiden Kristalle und deren hohe Positionierungsgenauigkeit gewährleistet.

Für eine typische GAMS6-Messung wird Kristall-A so eingestellt, dass der Reflex der Ordnung $n$ exakt auf Kristall-B trifft. Kristall-B wird so angesteuert, dass

er den Bragg-Winkel zur Ordnung $m$ in einem Scan mit einer vorher eingestellten Schrittweite durchläuft ($\theta - \Delta\theta \rightarrow \theta + \Delta\theta$). Trägt man nun die Anzahl der gemessenen Counts im Detektor gegen die Winkeleinstellung von Kristall-B auf, erscheint dort ein Peak, wo die Bragg-Bedingung erfüllt ist. Aus Gleichung (4.2) folgt unter Verwendung der Kleinwinkelnäherung die Relation für die Dispersion

$$\mathrm{d}\theta_B \approx -\frac{(n-m)hc\,\mathrm{d}E}{2dE^2}\,. \tag{4.4}$$

Es gibt zwei Modi (Abb. 4.10), in denen GAMS6 betrieben werden kann:

Nicht-dispersive Geometrie In nicht-dispersiver Geometrie gilt $m = n$, so dass beide Kristalle parallel zueinander stehen. Aus der Dispersionsrelation wird sofort ersichtlich, dass hier keine Energieselektion stattfindet. Anschaulich wird die Energieselektion von Kristall-A durch Kristall-B in diesem Modus rückgängig gemacht. In diesem Modus kann die Antwortfunktion des Instruments (Instrument-Response) gemessen werden.

Dispersive Geometrie In dispersiver Geometrie wird Kristall-B in eine von $n$ verschiedene Ordnung gesetzt, so dass bei Variation des Winkels von Kristall-B eine Energieselektion stattfindet. Dieser Modus wird verwendet, um die Lebensdauer aus der Linienverbreiterung zu messen.

Die Dopplerverbreiterung, welche die Information über die Lebensdauer des Zustands beinhaltet, ist nur ein Teil dessen, was die Linienbreite ausmacht. Weitere Effekte, die zur Linienverbreiterung beitragen sind die thermische Bewegung der Kerne bei Raumtemperatur und die Antwortfunktion des Instruments. Die thermische Verbreiterung erhält man im Experiment durch Messung einer Linie, die einen sehr langlebigen Zustand ($\tau > 10\,\mathrm{ps}$) entvölkert, so dass man annehmen kann, dass der Kern bereits auf thermische Geschwindigkeit abgebremst wurde. Wie bei jedem Detektorsystem ist das gemessene Spektrum eine Faltung aus dem tatsächlichen Spektrum und der Instrument-Antwort-Funktion, die u. a. Parameter wie die Auflösung des Instruments beinhaltet. Bei GAMS6 wird die Instrument-Antwort-Funktion durch eine Messung im nicht-dispersiven Modus also bei $m = n$ gemessen. In Kapitel 6 wird gezeigt, wie die thermische Verbreiterung und die Instrument-Antwort-Funktion für die Lebensdauerbestimmung der angeregten Zustände in $^{144}$Nd bestimmt wurden.

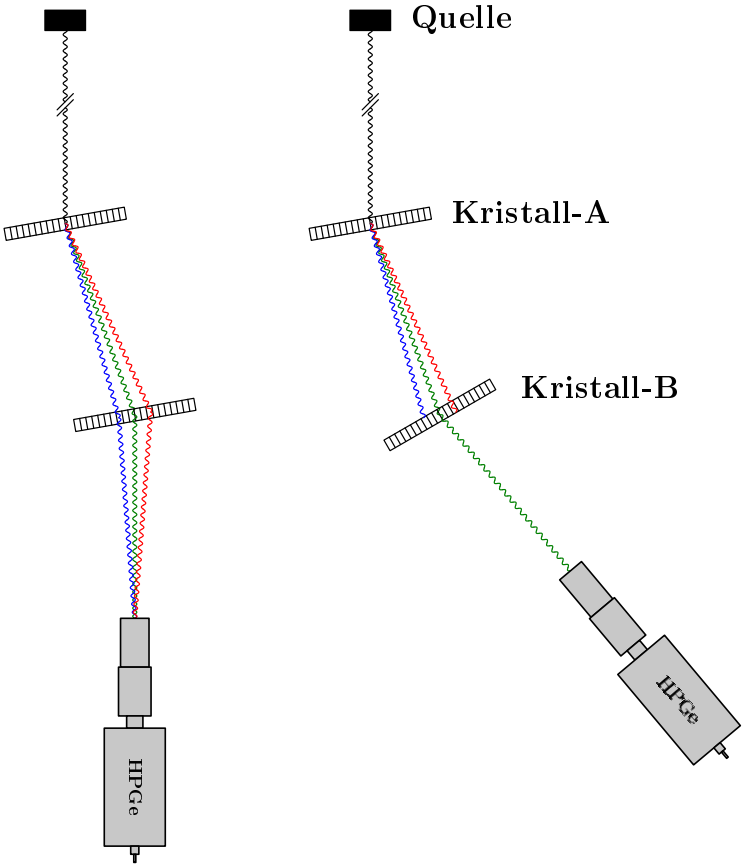



**Abbildung 4.10.:** Im linken Teil der Abbildung ist GAMS6 im nicht-dispersiven Modus gezeigt. Die beiden Kristalle stehen parallel und es findet keine Energieselektion statt. In diesem Modus wird die Istrument-Response bestimmt. Im rechten Teil der Abbildung ist der dispersive Modus gezeigt, bei dem nur Photonen einer bestimmten Energie in den Detektor treffen. Die Farben der Photonen deuten eine unterschiedliche Energie im $\gamma$-Bereich an ($E_{\text{rot}} < E_{\text{grün}} < E_{\text{blau}}$).

# 5 Datenaufbereitung

Die Datenaufnahme bei dem im vorherigen Kapitel erläuterten EXILL-Aufbau wurde im triggerless-timestamped Listmode betrieben, was bedeutet, dass alle Ereignisse der Detektoren ungefiltert in den Datenstrom gelangen und aufgezeichnet werden. In einem Offlineverfahren sollen anschließend koinzidente Ereignisse zu einem Event zusammengefasst werden. Diese Aufgabe übernimmt der Eventbuilder, welcher anhand des Zeitstempels von jedem Ereignis entscheidet, ob zwei oder mehrere Ereignisse koinzident waren. Die Vorlage für den in dieser Arbeit entwickelten Eventbuilder ist der lst2root-Eventbuilder [58].

## 5.1 Der Eventsorter

Bevor der Eventbuilding-Prozess gestartet werden kann, müssen die Ereignisse in die korrekte zeitliche Reihenfolge gebracht werden. Dabei ist zu beachten, dass der Wert des Zeitstempels aus den Rohdaten um einen Offset relativ zu einem Referenz-Detektor bzw. dessen Analog-Digital-Wandler (ADC) verschoben werden muss. Der Grund hierfür ist das unterschiedliche Ansprechverhalten der Detektoren und Längenunterschiede der verwendeten Kabel. In der Regel wird der Kristall Exo1A als Referenz hierfür verwendet. Abbildung 5.1 stellt diesen Effekt graphisch dar: In blau sind die Zeitdifferenzen zu Exo1C, in rot die Differenzen zu Exo3A und in orange die Differenzen zum Anti-Compton-Shield von Exo1 dargestellt. Man erkennt, dass die HPGe-Kristalle untereinander kaum eine zeitliche Verschiebung aufweisen, während zum jeweiligen Anti-Compton-Shield sich eine Verschiebung von ca. 220 ns feststellen lässt. Der Grund hierfür ist das schnellere Anstiegsverhalten der Signalkurve von einem BGO-Detektor gegenüber einem HPGe-Detektor. Die Zeitstempel von Exo1BGO müssen um diesen Betrag korrigiert werden, damit sie beim Eventbuilding als koinzident identifiziert werden.

Bei EXILL wurde zum Abspeichern der Daten ein Listmode-Datenformat (`.lst`) verwendet, in dem ADC-Kanal, ADC-ID, Crate-ID und Zeitstempel des Ereignisses in zwei 32-bit-Wörtern codiert wurden. Abbildung 5.2 zeigt den Aufbau eines solchen Listmode-Eintrags. Um den Zeitstempel (timestamp) zu bekommen, reiht man die beiden Wörter „Timestamp I“ und „Timestamp II“ hintereinander zusammen und erhält so ein 40-bit-Wort. Da eine 100-MHz-Clock Verwendung fand, gibt der Zeitstempel die Zeit in Einheiten von 10 ns an. Der maximale Zeitstempel, der

so dargestellt werden kann, liegt bei ca. 3 h, was für unsere Erfordernisse – die Laufzeit eines Runs liegt bei maximal 10 min – genügte. Der signalgebende ADC kann eindeutig über die Crate-ID und ADC-ID identifiziert werden.

Beim Sortieren großer Datenmengen taucht das Problem auf, dass es ineffizient bis technisch unmöglich ist, den kompletten Datensatz im Speicher zu halten und so zu sortieren. Da der Datenstrom durch die Datenauslese grob vorsortiert ist, lassen sich die Daten in Blöcke unterteilen. Abbildung 5.3 verdeutlicht den Vorgang. Innerhalb eines Blocks werden die Daten nach ihren Zeitstempeln mit Hilfe der C++-Standardbibliothek (`std::sort`) sortiert. Die Blockgröße muss dabei so groß gewählt sein, dass nach dem Sortieren die erste Hälfte des Blocks nur Zeitstempel enthält, die kleiner sind als die Zeitstempel im restlichen unsortierten Bereich. Iteriert man dieses Verfahren über die gesamte Listmode-Datei, so erhält man eine sortierte Listmode-Datei (`.lsto` – das „o“ steht dabei für time**o**rdered). Der Eventsorter ist so implementiert, dass er vor jedem Sortierlauf eine optimale Blockgröße bestimmt, falls diese nicht vom Benutzer vorgegeben wird.

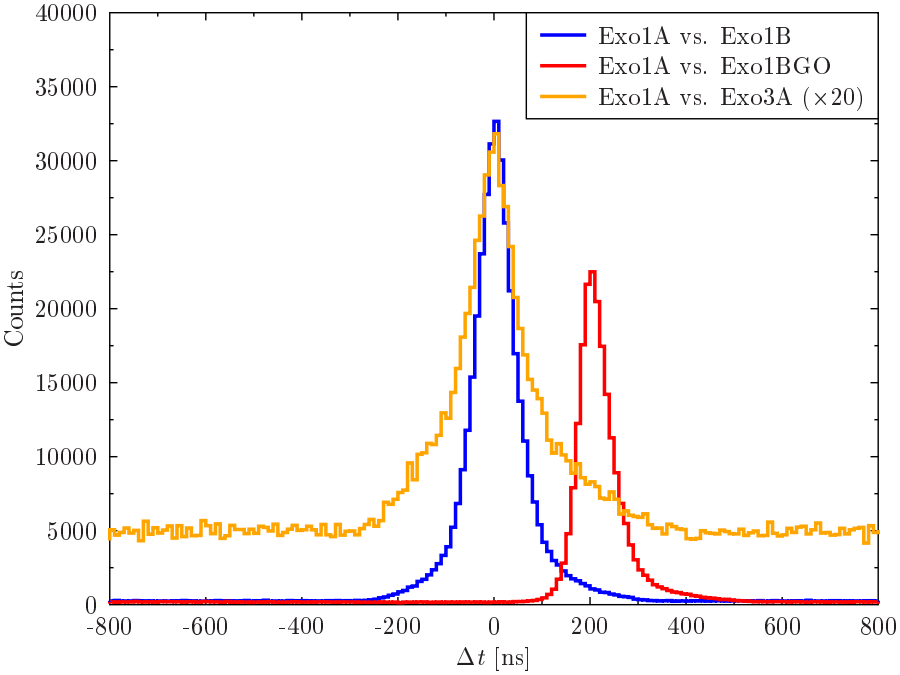



**Abbildung 5.1.:** Zeitdifferenzen zwischen dem Referenz-ADC (Exo1A) und verschiedenen anderen ADC. Es sind die Zeitdifferenzen zu Exo1C (blau), Exo1BGO (rot) und Exo3A (orange; ×20) gezeigt. Während die Zeitdifferenzen zwischen HPGe und HPGe um 0 herum verteilt sind, zeigt die Verteilung zum Anti-Compton-Shield von Exo1 eine Verschiebung von ungefähr 200 ns, die korrigiert werden muss. Ebenfalls lässt sich an der Peakbreite ablesen, dass die zeitliche Auflösung bei BGO-Detektoren besser ist als bei HPGe-Detektoren.

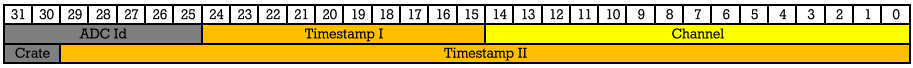



**Abbildung 5.2.:** Aufbau eines Listmode-Eintrags bei EXILL.

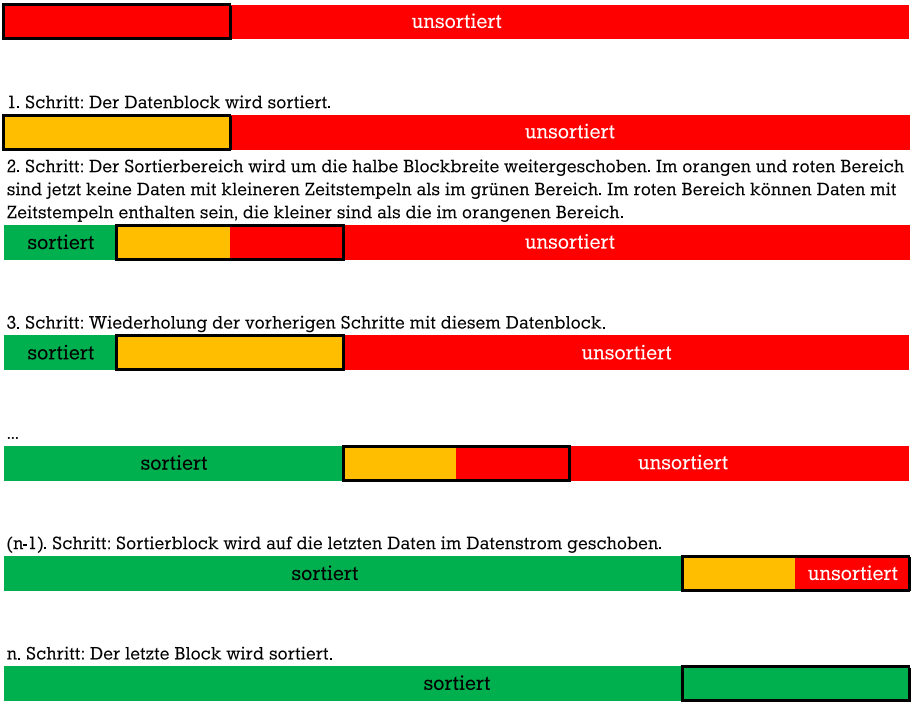



**Abbildung 5.3.:** Graphische Darstellung des Sortierverfahrens.

## 5.2 Der Eventbuilder

Beim Thema Eventbuilding gibt es zwei Begriffe, die sauber voneinander zu trennen sind: Zum einen gibt es das (Einzel-)Ereignis, das in unserem Fall eine vom Detektor registrierte Wechselwirkung eines Photons mit dem Detektormaterial darstellt. Auf der anderen Seite gibt es Events, die aus mehreren Ereignissen, die als koinzident identifiziert wurden, bestehen. Ist ein Ereignis mit keinem anderen Ereignis koinzident, so besteht das Event nur aus einem Ereignis.

Im vorherigen Abschnitt wurde beschrieben, wie der Datenstrom in die richtige zeitliche Reihenfolge gebracht wurde. Der Eventbuilder, der in diesem Abschnitt beschrieben wird, hat folgende Aufgaben:

- Identifizierung der Ereignisse, die koinzident mit dem jeweiligen Anti-Compton-Shield des HPGe-Detektors sind,
- Identifizierung der Ereignisse, die koinzident in verschiedenen HPGe-Detektoren aufgetreten sind,
- Energiekalibrierung.

Abbildung 5.4 zeigt beispielhaft, wie der Eventbuilder dabei vorgeht. Die Koinzidenzzeit $\Delta t$ für HPGe-HPGe-Koinzidenzen wurde hier auf 10 c.u. (clock unit – engl. für Zeiteinheit) gesetzt, die Zeit $\Delta t_{\mathrm{BGO}}$ für HPGe-BGO-Koinzidenzen wurde auf 8 c.u. gesetzt. Das heißt, dass HPGe-Ereignisse mit einem zeitlichen Abstand $> 10$ c.u. als nicht-koinzident erkannt werden. Entsprechendes gilt für Koinzidenzen mit dem Anti-Compton-Shield. Die römische Zahl über den Events gibt die Event-ID an, die arabische Zahlen zwischen den Events den zeitlichen Abstand der beiden Ereignisse.

1. Die Ereignisse von Exo5 (III) und Gasp1 (IX) bekommen eine BGO-Flag, da innerhalb von $\Delta t_{\mathrm{BGO}}$ sowohl der Detektor als auch der zugehörige Anti-Compton-Shield gefeuert hat.
2. Die BGO-Ereignisse werden von nun an ignoriert; HPGe-Ereignisse mit einer BGO-Flag werden ebenfalls zum Eventbuilding herangezogen. Der Ausschluss von Ereignissen mit einer BGO-Flag kann, falls gewünscht, bei der späteren Datenanalyse eingestellt werden.
3. Die Ereignisse VII und IX haben einen zu großen Abstand, so dass die Events IX und höher in diesem Schritt nicht weiter betrachtet werden.
4. Die Ereignisse V und VI haben den kleinsten Abstand, so dass diese zu einem Event zusammengefasst werden.

5. Die Ereignisse III und IV haben den nächstgrößeren Abstand und werden zusammengefasst.

6. Ereignis VII hat den wiederum nächstgrößeren Abstand zu Ereignis VI, das aber schon in einem Event mit V ist. Also werden die Ereignisse V, VI und VII zu einem Event mit der Multiplizität 3 zusammengefasst. Das Event hat eine zeitliche Länge von 4 c.u.

7. Im nächsten Schritt müssten die Events [III, IV] und [V, VI, VII] zusammengefasst werden. Dieses Event hätte eine zeitliche Länge von 12 c.u., was größer wäre als $\Delta t$. Somit bleiben die Events getrennt. Das Gleiche gilt für ein mögliches Event aus [I, III, IV]. Das Ereignis I bildet ein Einzel-Event.

Die Koinzidenzzeit $\Delta t$ wurde für das Eventbuilding der $^{143}$Nd(n, $\gamma$)-Daten auf 80 c.u. = 800 ns gesetzt und $\Delta t_{\mathrm{BGO}}$ auf 30 c.u. = 300 ns. Die Koinzidenzzeit $\Delta t$ ist dabei so gewählt, dass sowohl prompte als auch zufällige Koinzidenzen darin liegen. In der späteren Analyse wird das genutzt, um aus den $\gamma\gamma$-Matrizen die zufälligen Koinzidenzen abzuziehen.

Abgesehen von dem in dieser Arbeit ausgewerteten Datensatz wird dieser Eventbuilder zur Auswertung folgender EXILL(-FATIMA)-Datensätze eingesetzt:

- M. Scheck, E. T. Gregor: $^{95}$Mo(n, $\gamma$)
- V. Werner, J. Stamm: $^{157}$Gd(n, $\gamma$)
- N. Pietralla, T. Beck: $^{155}$Gd(n, $\gamma$)
- V. Werner, P. Koseoglou: $^{235}$U(n, f), $^{241}$Pu(n, f)

## 5.3 Der Addback-Algorithmus

Im Energiebereich > 100 keV gewinnt der Compton-Effekt zunehmend Einfluss gegenüber dem Photo-Effekt, was zur Ausbildung des Compton-Untergrunds im $\gamma$-Spektrum und zu einer Reduktion der Photo-Peak-Effizienz führt. In HPGe-Detektoren, die aus mehreren Einzelkristallen bestehen wie z. B. die bei EXILL verwendeten CLOVER-Detektoren, kann ein Teil dieser Compton-Ereignisse identifiziert werden und die komplette im Detektor deponierte Energie mit Hilfe eines offline Addback-Algorithmus zurückgerechnet werden. Voraussetzung dafür ist, dass das Photon in einen benachbarten Kristall des gleichen Detektors gestreut und dort registriert wird.

Der offline Addback-Algorithmus wird auf die vom Eventbuilder gelieferten Daten angewendet. Er filtert aus jedem Event diejenigen Ereignisse heraus, die zu einem CLOVER-Detektor gehören und prüft, ob es sich um ein Compton-Ereignis gehandelt haben kann. Um als Compton-Ereignis identifiziert zu werden, müssen folgende Kriterien erfüllt sein:

- Alle Ereignisse, die potentiell aufaddiert werden sollen, dürfen sich nicht in Koinzidenz mit einem BGO-Ereignis desselben Detektors befinden, da in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit sehr hoch ist, dass das Photon den Detektor verlassen hat und nicht die komplette $\gamma$-Energie des ursprünglichen Photons zurückgerechnet werden kann.

- Die aufsummierte Energie muss größer als 100 keV sein, da bei niedrigeren Energien der Compton-Wirkungsquerschnitt keine relevante Größe ist.

- Die aufsummierte Energie darf nicht größer sein als 8192 keV, da sonst die Wahrscheinlichkeit einer Falschidentifikation eines Compton-Ereignisses sehr hoch ist. Da die Neutronenseparationsenergie in $^{144}$Nd bei $S_n = 7818\,\text{keV}$ liegt, müssen alle $E_\gamma$ von diesem Kern bei einer Bevölkerung durch Neutroneneinfang unterhalb dieses Wertes liegen. Die Obergrenze von 8192 keV ist auch deswegen sinnvoll, da die resultierenden $\gamma\gamma$-Matrizen mit einer Größe von $8\,\text{k} \times 8\,\text{k}$ ($8\,\text{k} \triangleq 2^{13} = 8192$) progammiertechnisch gut zu realisieren sind.

- Die Zeitdifferenz zwischen den Ereignissen darf nicht größer sein als 30 c.u..

- Werden nur zwei Ereignisse aufsummiert, dürfen diese nur von benachbarten Kristallen stammen.

Während bei zwei Ereignissen schnell festgestellt werden kann, ob die o. g. Bedingungen erfüllt sind, stellt sich das bei drei oder vier Ereignissen etwas komplizierter dar. Bei vier Ereignissen, die in Koinzidenz in einem CLOVER festgestellt wurden, können beispielsweise alle Photonen als individuelle Photonen betrachtet werden oder nur teilweise oder komplett aufsummiert werden. Der Algorithmus rechnet dazu die Zeitdifferenzen für alle möglichen Gruppierungen aus und fasst die Gruppen zusammen, deren Zeitdifferenz maximal ist, aber noch unterhalb der Zeitschwelle von 30 c.u. liegt.

Abbildung 5.5 zeigt die Effizienzkurve vor und nach Anwendung des Addback-Algorithmus auf Daten, die mit einer radioaktiven $^{152}$Eu-Quelle aufgenommen wurden. $^{152}$Eu zerfällt sowohl unter $\beta^-$-Zerfall zu $^{152}$Gd als auch durch Elektroneinein-

fang zu $^{152}$Sm. Man erkennt, dass bei höheren Energien, die Photo-Peak-Effizienz deutlich gesteigert wurde. Als Effizienzfunktion wurde die empirische Funktion

$$\varepsilon\left(E_\gamma\right) = \exp\left(\sum_{i=0}^{3} p_i \cdot \ln^i\left(E_\gamma\right)\right) \tag{5.1}$$

mit den freien Parametern $p_i$ an die Datenpunkte angefittet.

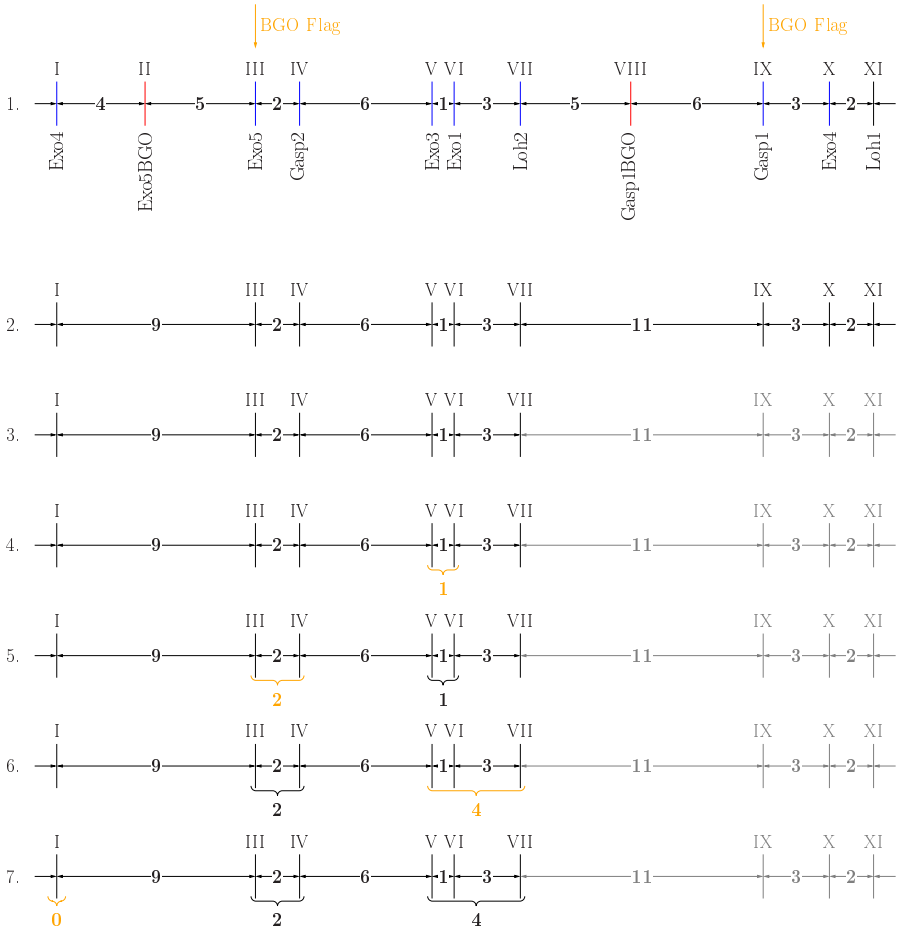



**Abbildung 5.4.:** Graphische Darstellung des Eventbuilding-Algorithmus mit $\Delta t = 10\,\mathrm{c.u.}$. Die genaue Vorgehensweise ist im Text beschrieben.

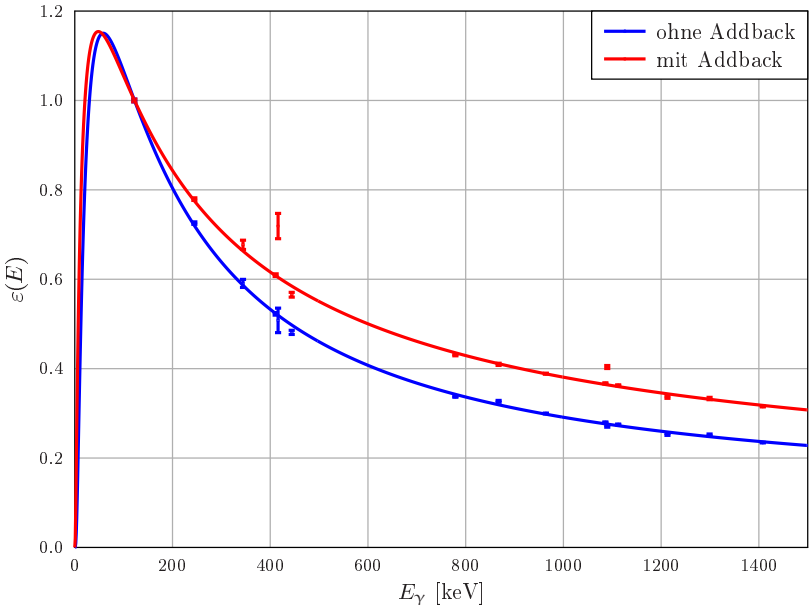



**Abbildung 5.5.:** Relative Effizienz des Detektors Exo1. Die Effizienz wurde relativ zur Intensität des 122-kev-Peaks von $^{152}$Eu bestimmt. Die blaue Kurve zeigt die rel. Effizienz ohne Addback; die rote Kurve die rel. Effizienz mit Addback. Man erkennt, dass bei höheren Energien durch das Addback die Photopeak-Effizienz gesteigert werden konnte.

# 6 Datenanalyse und Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die einzelnen Analyse-Schritte der EXILL $(n,\gamma)$-Daten und der GAMS6-Daten detailliert beschrieben. Neben den Übergängen im Oktupolsektor werden auch die niederenergetischen Quadrupolzustände und Kandidaten für $[3^- \otimes 3^-]$-Zustände betrachtet.

## 6.1 Erzeugung effizienzkalibrierter $\gamma\gamma$-Matrizen

Die EXILL-Daten haben bis zu diesem Punkt folgende Schritte durchlaufen:

- Die Daten wurden anhand der Zeitstempel mit den Programm EVENTSORT (vgl. Kapitel 5.1) korrigiert und sortiert.
- Die Daten wurden mit dem Programm EVENTBUILT (vgl. Kapitel 5.2) zu koinzidenten Events zusammengefasst.
- Auf die Daten wurde der Addback-Algorithmus (vgl. Kapitel 5.3) angewendet.

Im nächsten Schritt werden für die Winkelkorrelationsanalyse (vgl. Kapitel 2.4) winkelabhängige Matrizen und zur Klärung spektroskopischer Fragen Gesamtmatrizen sortiert. Bei allen Matrizen handelt es sich um effizienzkalibrierte Matrizen. Die Effizienzkalibrierung wurde mit der $^{152}$Eu-Quellenmessung und $BaCl_2(n,\gamma)$-Messung durchgeführt und dabei für jeden Detektor ein Satz von Parametern $\{p_i\}$ (vgl. Gl. (5.1)) zur Berechnung der Effizienz bei verschiedenen $\gamma$-Energien bestimmt. Werden zwei Photonen, die von den Detektoren Det1 und Det2 registriert wurden, mit den Energien $E_1$ und $E_2$ in die Matrix sortiert, so wird der Bin-Inhalt $N$ bei $(E_1, E_2)$ um das Inkrement $1/\varepsilon_{\text{Koinz.}}$ mit

$$\varepsilon_{\text{Koinz.}} = \varepsilon_{\text{Det1}}(E_1) \cdot \varepsilon_{\text{Det2}}(E_2) \tag{6.1}$$

heraufgesetzt. Mit dem Index Det1 bzw. Det2 werden die verschiedenen Einzel-Effizienzfunktionen der einzelnen Detektoren unterschieden.

Der Fehler des Bin-Inhaltes berechnet sich aus dem Fehler der Einzel-Effizienzen. Für diese gilt:

$$\Delta\varepsilon^2 = \sum_{i,j=0}^{3} \frac{\partial\varepsilon}{\partial p_i}\frac{\partial\varepsilon}{\partial p_j} C_{ij}\,, \tag{6.2}$$

wobei $C_{ij}$ die Einträge der Kovarianz-Matrix aus dem Fit der Effizienzfunktion sind. Ohne dass es hier explizit angegeben ist, ist $\Delta\varepsilon$ eine Funktion der $\gamma$-Energie. Für die Berechnung des Fehlers der Effizienz werden die partiellen Ableitungen von $\varepsilon$ nach den Fitparametern $p_i$ benötigt. Diese sind gegeben durch

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial p_i} = \varepsilon \cdot \ln^i\left(E_\gamma\right), \tag{6.3}$$

wodurch sich der Fehler schreiben lässt als:

$$\Delta\varepsilon^2 = \varepsilon^2 \sum_{i,j=0}^{3} \ln^{i+j}\left(E_\gamma\right)\cdot C_{ij} \tag{6.4}$$

$$= \varepsilon^2 \left( \sum_{i=0}^{3}\sum_{j<i}^{3} 2\ln^{i+j}\left(E_\gamma\right)\cdot C_{ij} + \sum_{i=0}^{3} \ln^{2i}\left(E_\gamma\right)\cdot C_{ii} \right). \tag{6.5}$$

Dieser Fehler pflanzt sich auf $\Delta\varepsilon_{\text{Koinz.}}$ fort und fließt wiederum in die Berechnung des Bin-Fehlers $\Delta N$ ein:

$$\Delta N = \sqrt{\Delta N_0^2 + \frac{1}{\varepsilon_{\text{Koinz.}}^2} + \frac{\Delta\varepsilon_{\text{Koinz.}}^2}{\varepsilon_{\text{Koinz.}}^4}}\,. \tag{6.6}$$

$N_0$ ist der Inhalt des Bins vor dem Heraufsetzen und entsprechend $\Delta N_0$ der Fehler des Bins vor dem Heraufsetzen, so dass $N = N_0 + 1/\varepsilon_{\text{Koinz.}}$ gilt.

Würde man Matrizen mit den Ereignissen sortieren, die der Eventbuilder zu einem Event zusammengefasst hat oder die einen bestimmten zeitlichen Abstand nicht überschreiten, so wäre auch ein Teil der Ereignisse, die lediglich zufällig koinzident sind, in die Matrix sortiert worden. Die zufälligen Koinzidenzen können statistisch abgezogen werden, indem man eine zweite Matrix mit Ereignissen sortiert, deren zeitlicher Abstand so groß ist, dass sie nicht mehr koinzident sein können und diese Matrix von der Matrix mit Ereignissen, die einen kurzen zeitlichen Abstand haben, subtrahiert. Abbildung 6.1 zeigt das Zeitspektrum der Ereignisse von einem ausgewählten Datenfile. Man erkennt, dass die koinzidenten Ereignis-

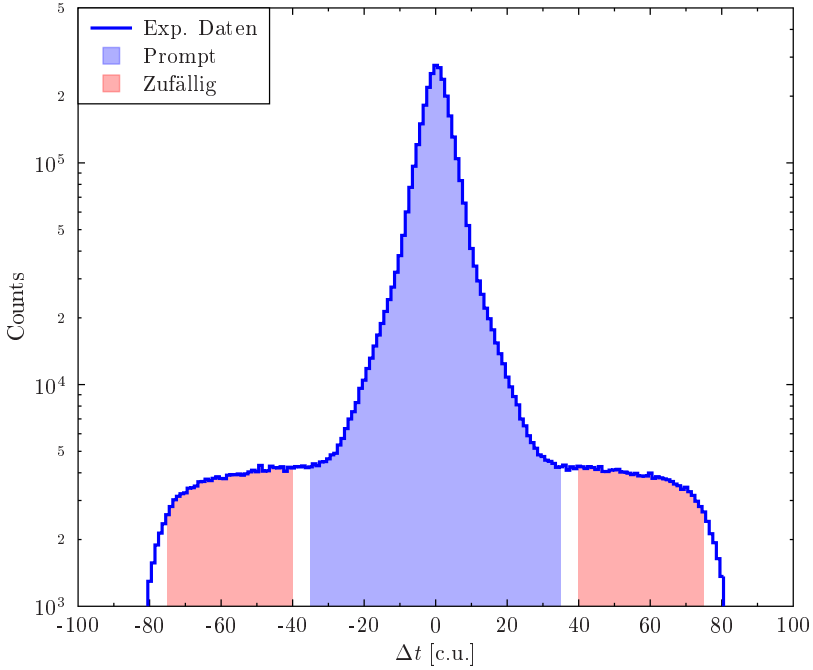



**Abbildung 6.1.:** Zeitdifferenzspektrum von Ereignissen zweier HPGe-Detektoren. Der blaue Bereich zeigt die prompten Ereignisse, von denen der zufällige Untergrund (roter Bereich) abgezogen wird.

se um Null herum verteilt sind und sich dieser prompte Peak auf dem zufälligen Untergrund befindet. Das Fenster für die prompten Ereignisse (blauer Bereich) wurde mit $-35\,\text{c.u.} < \Delta t < 35\,\text{c.u.}$ recht groß bemessen, damit auch Ereignisse mit niedriger Energie, die in der Regel eine breitere Zeitverteilung haben als höherenergetische Ereignisse, noch abgedeckt werden. Die rot markierten Bereiche mit $-75\,\text{c.u.} < \Delta t < -40\,\text{c.u.}$ und $40\,\text{c.u.} < \Delta t < 75\,\text{c.u.}$ stellen die Untergrundbereiche dar. Im hier vorliegenden Fall ist die Breite von Untergrundfenster und promptem Fenster gleich. Werden die Bereiche nicht gleich groß gewählt, wird dies im Analysecode mit einem entsprechenden Faktor bei der Subtraktion berücksichtigt.

In diesem Zusammenhang stellt sich häufig die Frage, wie mit Dreifach-Koinzidenzen bei der Sortierung eines $\gamma\gamma\gamma$-Cubes umgegangen wird. Hier müssen die Zeitdifferenzen zwischen drei Ereignissen beachtet werden – bei zwei Ereignis-

sen gab es nur eine Zeitdifferenz. Da die prompten Ereignisse nur mit Untergrund zugänglich sind, müssen auch hier die Untergrundbereiche abgezogen werden. Die untergrundbereinigten prompten Ereignisse zwischen Detektor $i$ und $j$ sollen mit $A_{ij}$ bezeichnet werden und der Untergrund mit $B_{ij}$. Für eine untergrund-bereinigte Koinzidenz aus $A_{12}A_{13}A_{23}$ gilt:

$$\begin{aligned} A_{12}A_{13}A_{23} = {} & (A_{12}+B_{12})(A_{13}+B_{13})(A_{23}+B_{23}) \\ & -(A_{12}+B_{12})(A_{13}+B_{13})B_{23} - (A_{12}+B_{12})(A_{23}+B_{23})B_{13} \\ & -(A_{13}+B_{13})(A_{23}+B_{23})B_{12} \\ & +(A_{12}+B_{12})B_{13}B_{23} + (A_{13}+B_{13})B_{12}B_{23} + (A_{23}+B_{23})B_{12}B_{13} \\ & -B_{12}B_{13}B_{23}\,. \end{aligned} \tag{6.7}$$

Von den Ereignissen, bei denen alle drei Zeitdifferenzen $\Delta t$ im prompten Bereich liegen, müssen die Ereignisse, bei denen zwei $\Delta t$ im prompten Bereich liegen und ein $\Delta t$ im Untergrundbereich liegt abgezogen werden. Ereignisse, bei denen ein $\Delta t$ im prompten Bereich liegt und die beiden anderen $\Delta t$ im Untergrundbereich liegen müssen hingegen wieder addiert werden und zuletzt Ereignisse, die mit allen $\Delta t$ im Untergrund liegen, werden wieder abgezogen. Dadurch erhält man einen Cube, bei denen die zufälligen Koinzidenzen herausgerechnet wurden.

Mit dem in diesem Abschnitt beschriebenen Verfahren wurden eine Gesamt-Matrix und für jede Winkelgruppe jeweils eine Matrix sortiert, welche nur Ereignisse beinhaltet, die unter einem bestimmten Winkel auftraten. Für diese Matrizen wurden lediglich die EXOGAM-Detektoren aus dem Ring unter $\vartheta = 90°$ verwendet, da andernfalls verschiedene Detektortypen gemischt werden müssten. Dadurch ergeben sich vier Winkelgruppen zu 45°, 90°, 135° und 180°. Mit allen Detektoren wären theoretisch noch eine 60°- und 120°-Winkelgruppe möglich.

## 6.2 Bestimmung der Skalierungs- und Abschwächungs-Faktoren mit $^{152}$Eu

Zählt man die Detektorkombinationen für die vier Winkelgruppen durch, so stellt man fest, dass es 16 Detektorpaarkombinationen für die 45°-, 90°- und 135°-Winkelgruppe gibt, aber für die 180°-Winkelgruppe lediglich 8 Kombinationen zur Verfügung stehen. Naiverweise würde man annehmen, dass die Anzahl der Counts in der 180°-Winkelgruppe mit dem Faktor 2 zu multiplizieren ist, um das Ungleichgewicht auszugleichen. Besser ist hingegen, wenn man die Winkelverteilung einer 2-0-2-Kaskade benutzt. Die Emission des zweiten Photons erfolgt isotrop, da der mittlere $0^+$ Zustand nur einen Unterzustand $m_J = 0$ besitzt. Durch die Reaktion $^{143}$Nd(n,$\gamma$) werden leider keine angeregten $0^+$ Zustände bevölkert, allerdings wer-

den durch den Zerfall von $^{152}$Eu $0^+$ Zustände in den Tochterkernen $^{152}$Sm und $^{152}$Gd bevölkert. Aus dieser Messung erhält man folgende Skalierungsfaktoren:

$$s(45°) = 0.991(1), \tag{6.8}$$
$$s(90°) = 1, \tag{6.9}$$
$$s(135°) = 0.978(1), \tag{6.10}$$
$$s(180°) = 0.4885(5). \tag{6.11}$$

Der Skalierungsfaktor für die 90°-Winkelgruppe wurde auf 1 gesetzt, da in der Analyse alle Intensitäten relativ zu dieser Winkelgruppe normiert werden. Man erkennt, dass die 45°-, 90°- und 135°-Winkelgruppe eine leichte Fluktuation in der Intensität haben, die korrigiert werden muss und der Faktor zwischen der 180°-Winkelgruppe und den restlichen Winkelgruppen nur ungefähr 2 ist. Dies ist durch den leicht unterschiedlichen Abstand der Detektoren zum Reaktionstarget bzw. der Quelle bedingt.

In Kapitel 2.5 wurden die Abschwächungs- bzw. $Q$-Faktoren für Winkelkorrelationsmessungen bereits theoretisch erarbeitet. Diese Herleitung geht jedoch von zylinderförmigen Detektoren aus, was für die EXOGAM-Clover-Detektoren nur in erster Näherung zutrifft. Ebenfalls wird der Effekt der Core-Elektrode in der Mitte des Detektors nicht berücksichtigt. Daher ist es in der Praxis meist einfacher und genauer, die $Q$-Faktoren aus den experimentellen Daten zu bestimmen. Hierzu eignen sich 0-2-0-Kaskaden, da diese mit $A_{22} = \frac{5}{14}$ und $A_{44} = \frac{8}{7}$ eine sehr ausgeprägte Winkelverteilung haben (vgl. Abb. 2.2) und beide Übergänge der Kaskade reine $E2$-Übergänge sein müssen. Da auch hier angeregte $0^+$ Zustände bevölkert werden müssen, wurde die $^{152}$Eu-Quellenmessung verwendet. Aus dieser Messung wurden folgende $Q$-Faktoren ermittelt:

$$Q_2 = 0.870(16), \tag{6.12}$$
$$Q_4 = 0.547(37). \tag{6.13}$$

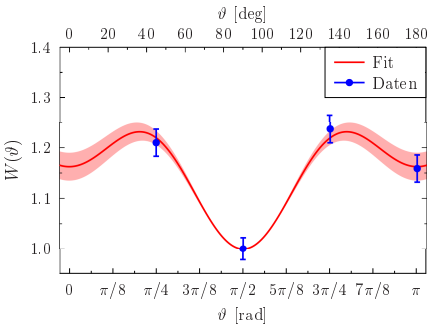
In der Praxis hat es sich gezeigt, dass diese Methode, die $Q$-Faktoren zu bestimmen, zu verlässlichen Resultaten führt, auch wenn die Energieabhängigkeit der Faktoren dabei verloren geht [59].

Mit der $^{152}$Eu-Quellenmessung wurde auch ein Test durchgeführt, um Fehler in der Implementierung der verwendeten Analyse-Software und Skripte, die im Rahmen dieser Arbeit erstellt wurden, zu finden. Der Übergang $3_1^+ \rightarrow 4_1^+$ bei 868 keV in $^{152}$Sm ist eine Mischung aus einem $M1$- und $E2$-Übergang und hat in Ref. [60] ein Multipol-Mischungsverhältnis von $\delta_{\text{Lit.}} = -6.5(3)$. Zur Veranschaulichung zeigt

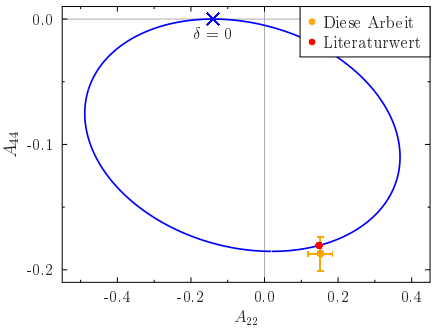
Abbildung A.1 im Anhang diejenigen Zustände, die von $^{152}$Eu durch Elektroneneinfang bevölkert werden. Aus den mit EXILL gemessenen Daten wurde ein Mischungsverhältnis von $\delta_{\text{Fit.}} = -6.0^{+6}_{-7}$ für diesen Übergang ermittelt. Dazu wurde auf die Linie des $3^+_1 \rightarrow 4^+_1$-Übergangs in jeder winkelabhängigen Matrix ein Energiegate (Koinzidenzbedingung) gesetzt. Das Gate hat eine Breite, die ungefähr der Halbwertsbreite der Linie entspricht. Projiziert man den Ausschnitt aus der Matrix innerhalb des Gates gegen eine Koordinatenachse, erhält man das *projizierte Spektrum*. Um den energetischen Untergrund abzuziehen, können links und rechts vom Gate beliebig viele und beliebig breite Untergrundgates gesetzt werden. Deren projiziertes Spektrum wird von dem projizierten Spektrum des Gates mit einem entsprechenden Wichtungsfaktor, der die gesamte Untergrundgatebreite berücksichtigt, abgezogen. Man erhält das untergrundbereinigte projizierte Spektrum, in dem nur Linien vorhanden sind, die koinzident mit dem Gate-Übergang sind. Im nächsten Schritt werden die Volumina der Linien bei 244 keV ($4^+_1 \rightarrow 2^+_1$) gegen den Winkel aufgetragen. Abbildung 6.2 zeigt die gefittete Winkelkorrelation, das daraus resultierende reduzierte $\chi^2$ und den $A_{22}$-$A_{44}$-Plot. Die $1\sigma$-Umgebung ergibt sich aus den Werten für $\delta$ links und rechts des Minimums, bei denen der (nichtreduzierte) $\chi^2$-Wert um 1 größer ist als der Wert im Minimum. Dieses Vorgehen wurde bei allen in dieser Arbeit ermittelten Multipol-Mischungsverhältnissen angewendet. Ein Vergleich von Literaturwert und gemessenem $\delta$ für diesen Übergang zeigt, dass der mit der Quellenmessung ermittelte Parametersatz für die Skalierungsfaktoren und Abschwächungskoeffizienten die erwarteten Werte reproduziert und der Analyse-Code zuverlässig Ergebnisse liefert.

## 6.3 Quadrupolzustände in $^{144}$Nd

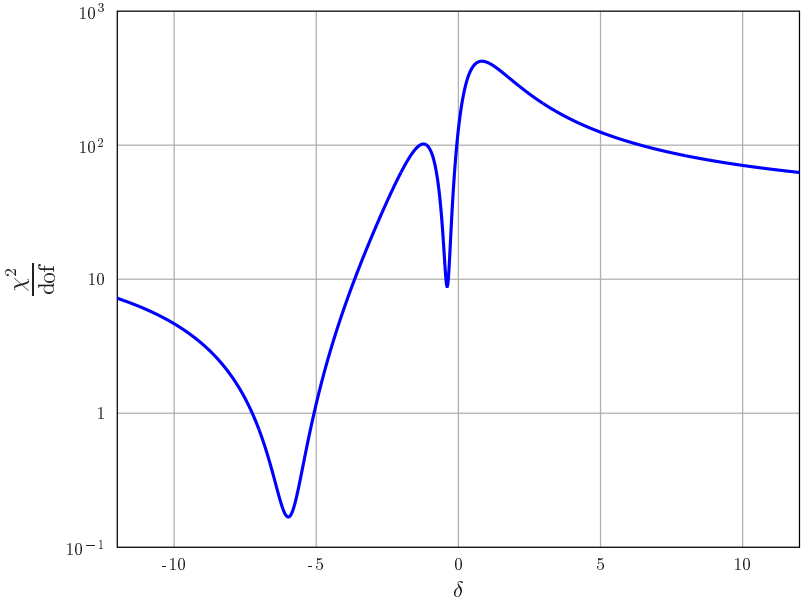
In $^{144}$Nd galt lange Zeit der $2^+_3$ Zustand bei 2073 keV als gemischt-symmetrischer $2^+_1$ Zustand [61]. Aus den Ergebnissen von Hicks *et al.* (Ref. [11]) kann jedoch abgelesen werden, dass der $2^+_{1,\text{MSS}}$ Zustand über mehrere Zustände fragmentiert ist. Dieses Phänomen wurde auch in $^{142}$Ce, einem Isoton zu $^{144}$Nd, beobachtet [62, 63]. Anhand der von Hicks gemessenen Lebensdauer des $2^+_4$ Zustands von $\tau(2^+_4) = 56^{+22}_{-15}$ fs mit der DSAM-INS-Methode (DSAM: Doppler-shift attenuation method, INS: Inelastic neutron scattering) konnte für den Übergang in den symmetrischen $2^+_1$ Zustand eine Übergangsstärke von $B(M1; 2^+_4 \rightarrow 2^+_1) = 0.18(7)\,\mu_N^2$ und ein $B(E2; 2^+_4 \rightarrow 0^+_1) = 0.7(2)$ W.u. bestimmt werden. Diese Werte qualifizieren neben dem $2^+_3$ Zustand auch den $2^+_4$ Zustand als Fragment des $2^+_{1,\text{MSS}}$ Zustands. Tabelle 6.1 zeigt eine Übersicht der ersten angeregten $2^+$ Zustände und deren Zerfallseigenschaften in den Grundzustand und den symmetrischen $2^+_1$ Zustand. Dabei werden die experimentellen $B(M1)$- und $B(E2)$-Übergangsstärken aus der Mes-




**(a)** An die Datenpunkte (blau) gefittete Winkelkorrelationsfunktion (rot).




**(b)** Plot der $A_{22}$-$A_{44}$-Ebene für eine 3-4-2-Kaskade. In rot ist der Literaturwert aus Ref. [60] abgebildet. Der in orange eingezeichnete Wert ergibt sich aus einem Fit von $A_{22}$ und $A_{44}$.




**(c)** Reduzierte $\chi^2$-Funktion des Fits von $\delta$ an die Datenpunkte. Das absolute Minimum liegt bei $\delta = -6.0$.

**Abbildung 6.2.:** Winkelkorrelationsfunktion, $A_{22}$-$A_{44}$-Plot und reduziertes $\chi^2$ für Fit des Multipol-Mischungsverhältnisses des Übergangs $3_1^+ \rightarrow 4_1^+$ in Koinzidenz mit dem $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ Übergang in $^{152}$Sm.

sung von Hicks *et al.* mit den theoretischen Vorhersagen aus dem QPM aus Ref. [42] verglichen.

Aus den EXILL-Daten wurden ebenfalls die Multipol-Mischungsverhältnisse der Übergänge $2_i^+ \rightarrow 2_1^+$ bestimmt. Dabei wurde ein ähnliches Vorgehen, wie bei der Quellenmessung verwendet, indem auf den Übergang $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ mit 697 keV ein Energiegate in den winkelabhängigen Matrizen gesetzt wurde und an die relativen Intensitäten der $2_i^+ \rightarrow 2_1^+$ die Winkelkorrelationsfunktion gefittet wurde. Bei der Bestimmung von $\delta\left(2_2^+ \rightarrow 2_1^+\right)$ ist dabei das Problem aufgetreten, dass der Übergang $3_1^+ \rightarrow 4_1^+$ mit $E_\gamma = 864$ keV die gleiche Übergangsenergie aufweist wie der Übergang $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ und beide Übergänge mit $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ koinzident auftreten. Fittet man nun die Winkelkorrelation mit $A_{22}$ und $A_{44}$ als freie Parameter, hat die $A_{22}$-$A_{44}$-Ellipse mit dem Datenpunkt auch im Rahmen der $1\sigma$-Umgebung keinen Überlapp. Der $2_2^+$ Zustand wird aber unter anderem vom $4_3^+$ Zustand mit $E_\gamma = 735$ keV aus bevölkert, so dass dieser Übergang als Energiegate genutzt werden kann. Ebenfalls eignet sich der etwas schwächere Übergang $3_3^- \rightarrow 2_2^+$ mit $E_\gamma = 1218$ keV als Gate. Die Kombination aus beiden Messungen liefert ein $\delta$ von $-1.30^{+38}_{-242}$. Die $\chi^2$-Kurve läuft für kleiner werdende Werte von $\delta$ sehr flach aus, was zu einem großen Fehler in negative $\delta$-Richtung führt (vgl. Abb. 6.3). Diese Messung ist aber konsistent mit dem Ergebnis von S. F. Hicks *et al.* von $\delta = -0.93^{+30}_{-523}$, welches ebenfalls einen großen Fehler in neg. $\delta$-Richtung aufweist und dem Wert aus Ref. [64] von $\delta = -1.13^{+15}_{-2}$.

In Tabelle 6.1 sind in der Spalte „Diese Arbeit“ die Ergebnisse der $\delta(2_i^+ \rightarrow 2_1^+)$ mit $2 \leq i \leq 5$ aus der EXILL-Messung gezeigt. Die daraus resultierenden $B(M1)$- und $B(E2)$-Werte wurden unter Verwendung der Literaturwerte für die Lebensdauern ermittelt. Die Referenzen für die Lebensdauerwerte der jeweiligen Zustände sind in der Tabelle angegeben. Die Ergebnisse zeigen, dass die Analyse-Methode auch bei den $(n,\gamma)$-Daten eine gute Übereinstimmung mit den Literaturwerten für das Multipol-Mischungsverhältnis liefert.

Des Weiteren zeigt Tabelle 6.2 die aus EXILL-Daten bestimmten Multipol-Mischungsverhältnisse für $4_i^+ \rightarrow 4_1^+$ Übergänge. Aus Mangel an präzisen Lebensdauerwerten für einige $4^+$ Zustände können teilweise nur Grenzen für die absoluten Übergangsstärken angegeben werden. Dies macht deutlich, dass auf diesem Sektor weitere Experimente geplant und durchgeführt werden müssen. Aus theoretischen Berechnungen mit dem QPM Modell [65] geht hervor, dass der $4_2^+$ und $4_3^+$ Zustand einen hohen 1-Hexadekupol-Phonon-Anteil enthalten sollte. Hier stellt sich die Frage, ob ein ähnlicher Mechanismus für isovektorielle Anregungen im Hexadekupolsektor zu beobachten ist. Aus den EXILL-Daten wurde selbst unter Koinzidenzbedingung aber kein Übergang von höheren bekannten $4^+$ Zuständen in den $4_2^+$ Zustand beobachtet.

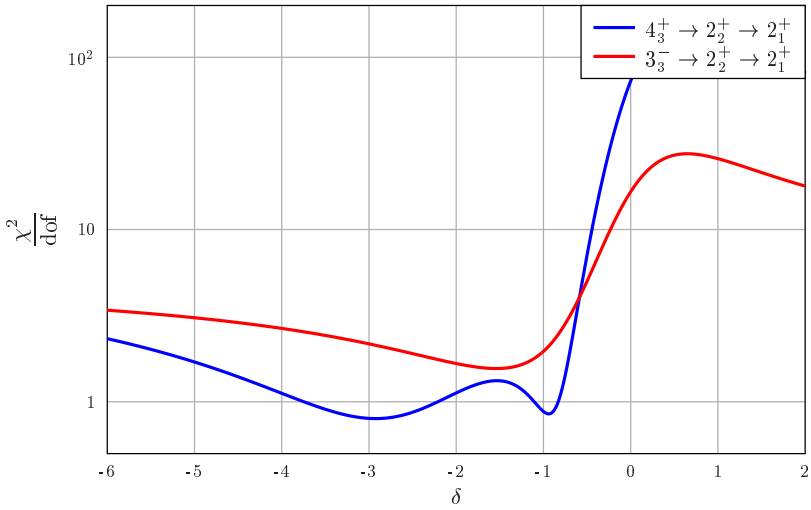



**Abbildung 6.3.:** Reduzierte $\chi^2$-Funktion der Fits von $\delta(2_2^+ \to 2_1^+)$ an die Datenpunkte der Winkelverteilung. Zur Bestimmung von $\delta$ für diesen Übergang wurden zwei Kaskaden, $4_3^+ \to 2_2^+ \to 2_1^+$ und $3_3^- \to 2_2^+ \to 2_1^+$, genutzt.

**Tabelle 6.1.:** Übersicht experimenteller und theoretischer Übergangsstärken von $2_i^+ \to 0_1^+$- und $2_i^+ \to 2_1^+$-Übergängen in $^{144}$Nd. $E_i$ und $E_\gamma$ sind in keV, $\tau$ in fs, Verzweigungsverhältnisse $b$ in %, $B(M1)$-Werte in Einheiten von $\mu_N^2$ und $B(E2)$-Werte in Einheiten von W.u. angegeben.

| | | | Ref. [11] | | Diese Arbeit | | | Exp. Ref. [11] | | QPM Ref. [42] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $J_i \to J_f$ | $E_i$ | $E_\gamma$ | $\tau(J_i)$ | $\sigma L$ | $b$ | [a]$\delta$ | $B(\sigma L)$ | $\delta$ | $B(\sigma L)$ | $B(\sigma L)$ |
| $2_1^+ \to 0_1^+$ | 697 | 697 | [b]6510(340) | $E2$ | **100** | | | | 17(1) | 15 |
| $2_2^+ \to 0_1^+$ | 1561 | 1561 | 810(72) | $E2$ | **8.16(2)** | | | | 0.22(2) | 0.005 |
| $2_2^+ \to 2_1^+$ | | 864 | | $M1$ | **91.84(10)** | $\mathbf{-1.30^{+38}_{-242}}$ | $\mathbf{0.038^{+51}_{-22}}$ | $-0.93^{+30}_{-523}$ | $0.054^{+5}_{-4}$ | 0.02 |
| | | | | $E2$ | | | **27(7)** | | 20(2) | 20 |
| $2_3^+ \to 0_1^+$ | 2073 | 2073 | $^{c}80^{+19}_{-14}$ | $E2$ | **28.27(23)** | | | | $1.7^{+4}_{-3}$ | 6.4 |
| $2_3^+ \to 2_1^+$ | | 1376 | | $M1$ | **71.73(43)** | **0.19(1)** | $\mathbf{0.19^{+3}_{-5}}$ | $0.63^{+49}_{-31}$ | 0.14(3) | 0.16 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{1.15^{+22}_{-33}}$ | | $9.4^{+20}_{-18}$ | 16 |
| $2_4^+ \to 0_1^+$ | 2369 | 2369 | $56^{+22}_{-15}$ | $E2$ | **16.37(5)** | | | | $0.70^{+26}_{-20}$ | 0.009 |
| $2_4^+ \to 2_1^+$ | | 1672 | | $M1$ | **83.63(13)** | **0.18(1)** | $\mathbf{0.18^{+5}_{-7}}$ | $0.13^{+19}_{-16}$ | $0.18^{+7}_{-5}$ | 0.083 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{0.65^{+20}_{-27}}$ | | $0.35^{+13}_{-10}$ | 1.1 |
| $2_5^+ \to 0_1^+$ | 2528 | 2528 | $58^{+11}_{-9}$ | $E2$ | [d]52(1) | | | | 1.6(3) | 0.03 |
| $2_5^+ \to 2_1^+$ | | 1831 | | $M1$ | [d]32(1) | **0.28(3)** | $\mathbf{0.047^{+8}_{-9}}$ | $0.62^{+36}_{-23}$ | $0.036^{+7}_{-5}$ | 0.013 |
| | | | | $E2$ | | | **0.35(10)** | | $1.4^{+3}_{-2}$ | 0.14 |

[a] In Ref. [64]: $\delta\left(2_2^+ \to 2_1^+\right) = -1.13^{+15}_{-2}$ und $\delta\left(2_3^+ \to 2_1^+\right) = 0.31^{+11}_{-9}$

[b] In NNDC: $\tau(2_1^+) = 4280(7)$ fs

[c] In Ref. [15]: $\tau(2_3^+) = 100^{+3}_{-2}$ fs

[d] Ref. [11]

**Tabelle 6.2.:** Übersicht experimenteller und theoretischer Übergangsstärken von $4_i^+ \to 2_1^+$- und $4_i^+ \to 4_j^+$-Übergängen in $^{144}$Nd. $E_i$ und $E_\gamma$ sind in keV, $\tau$ in fs, Verzweigungsverhältnisse $b$ in %, $B(M1)$-Werte in Einheiten von $\mu_N^2$ und $B(E2)$-Werte in Einheiten von W.u. angegeben. Übergangssenergien in Klammern wurden experimentell nicht beobachtet und sind aufgrund theoretischer Vorhersagen angegeben.

| | | | Ref. [11] | | Diese Arbeit | | | Exp. Ref. [11] | | QPM Ref. [65] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $J_i \to J_f$ | $E_i$ | $E_\gamma$ | $\tau(J_i)$ | $\sigma L$ | $b$ | $\delta$ | $B(\sigma L)$ | $\delta$ | $B(\sigma L)$ | $B(\sigma L)$ |
| $4_1^+ \to 2_1^+$ | 1315 | 618 | 10680(1300) | $E2$ | **100** | | | | $19^{+3}_{-2}$ | 31 |
| $4_2^+ \to 2_1^+$ | 2110 | 1413 | $>283$ | $E2$ | **95.47(29)** | | | | $<11$ | 3.7 |
| $4_2^+ \to 4_1^+$ | | 795 | | $M1$ | **4.53(6)** | $\mathbf{-0.21^{+9}_{-17}}$ | $\mathbf{<0.012}$ | $-0.59^{+62}_{-78}$ | $<0.009$ | 0.08 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{<0.25}$ | | $<1.6$ | |
| $4_3^+ \to 2_1^+$ | 2296 | 1599 | $>391$ | $E2$ | **9.23(7)** | | | | $<0.31$ | 0.85 |
| $4_3^+ \to 4_1^+$ | | 981 | | $M1$ | **74.49(7)** | $\mathbf{-0.59^{+14}_{-11}}$ | $\mathbf{<0.088}$ | $-0.47^{+11}_{-12}$ | $<0.097$ | 0.22 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{<10.1}$ | | $<7.2$ | |
| $4_3^+ \to 4_2^+$ | | (186) | | $M1$ | | — | — | — | — | 1.44 |
| | | | | $E2$ | | | — | | — | |
| $4_4^+ \to 2_1^+$ | 2452 | 1755 | $56^{+20}_{-14}$ | $E2$ | **44.35(83)** | | | | $4.5^{+15}_{-12}$ | 0.05 |
| $4_4^+ \to 4_1^+$ | | 1137 | | $M1$ | **55.65(86)** | **0.10(4)** | **0.38(11)** | $0.63^{+25}_{-47}$ | $0.38^{+13}_{-11}$ | 0.005 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{0.94^{+47}_{-69}}$ | | $37^{+12}_{-10}$ | |
| $4_4^+ \to 4_2^+$ | | (341) | | $M1$ | | — | — | — | — | 0.04 |
| | | | | $E2$ | | | — | | — | |
| $4_5^+ \to 2_1^+$ | 2602 | 1905 | $189^{+179}_{-68}$ | $E2$ | **74.61(79)** | | | | $0.96^{54}_{-47}$ | 0.04 |
| $4_5^+ \to 4_1^+$ | | 1287 | | $M1$ | **25.39(40)** | **0.13(4)** | $\mathbf{0.104^{+30}_{-56}}$ | $0.32^{+41}_{-19}$ | $0.097^{+54}_{-47}$ | 0.016 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{0.34^{+12}_{-24}}$ | | $1.9^{+11}_{-9}$ | |
| $4_5^+ \to 4_2^+$ | | (492) | | $M1$ | | — | — | — | — | 0.06 |
| | | | | $E2$ | | | — | | — | |

## 6.4 Oktupolzustände in $^{144}$Nd

Wie bereits in den Einleitungskapiteln diskutiert, steht im Zentrum dieser Arbeit die Fragestellung, ob der $3_3^-$ Zustand bei 2779 keV in $^{144}$Nd der gemischt-symmetrische Oktupolzustand zum $3_1^-$ Zustand ist. In der $(n, n'\gamma)$-Messung von S. F. Hicks *et al.* wurde eine starke $M1$-Komponente des $3_3^-$ Zustands (vgl. Tab. 6.5) beim Übergang in den symmetrischen $3_1^-$ Zustand von $B(M1; 3_3^- \rightarrow 3_1^-) = 0.09^{+5}_{-4}\,\mu_N^2$ gemessen und qualifiziert dadurch den $3_3^-$ Zustand als Kandidaten für einen gemischt-symmetrischen Oktupolzustand [12]. Aus den $(n, n'\gamma)$-Daten geht dieser Zustand jedoch nicht zweifelsfrei als gemischt-symmetrischer Zustand hervor, da ein Übergang von einem $(2^+)$ Zustand bei 2829 keV in den $2_2^+$ dieselbe Übergangsenergie von 1268 keV hat wie der Übergang $3_3^- \rightarrow 3_1^-$. Bei der $(n, n'\gamma)$-Messung wurden lediglich Einzel-Spektren aufgezeichnet, was eine spektroskopische Unterscheidung der beiden Übergänge unmöglich macht und zusätzliche Annahmen für das Intensitätsverhältnis beider Übergänge getroffen werden mussten (s. Ref. [11] für detaillierte Beschreibung).

### 6.4.1 Bestimmung der Multipol-Mischungsverhältnisse $\delta(3_i^- \rightarrow 3_1^-)$

Mit EXILL besteht jetzt die Möglichkeit, den $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ Übergang spektroskopisch durch geeignete Koinzidenzbedingungen zu selektieren und das Multipol-Mischungsverhältnis dieses Übergangs zu bestimmen. Als Koinzidenzbedingung wurde der entvölkernde Übergang $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ mit $E_\gamma = 814$ keV gewählt. In Abbildung 6.4 ist das projizierte Spektrum unter dieser Koinzidenzbedingung gezeigt. Zu erkennen sind unter anderem die Linien der $3_i^- \rightarrow 3_1^-$-Übergänge, die in diesem Abschnitt diskutiert werden. Die beiden Linien, die mit „*“ markiert sind, konnten keinen bekannten Übergängen zugeordnet werden. Die Energie des rechten der beiden Linien liegt mit 1130.80(3) keV in der Nähe eines Übergangs, der in den $2_2^+$ füttert. Dieser Übergang kann aber nicht koinzident mit dem Gate sein und auch weitere Linien dieser Kaskade fehlen, so dass es sich um einen bislang unbekannten Übergang handelt.

Abbildung 6.5 zeigt die an die Datenpunkte gefittete Winkelkorrelationsfunktion für den 1268-keV-Übergang mit dem dazu passenden reduzierten $\chi^2$. Aus dem Fit ergibt sich ein Minimum bei

$$\delta(3_3^- \rightarrow 3_1^-) = 0.54(4)\,. \tag{6.14}$$

Im $\chi^2$-Plot ergibt sich bei $\delta = -6.34$ ein zweites Minimum, was der Tatsache geschuldet ist, dass bei 3-3-2-Kaskaden für alle $\delta$ der $A_{44}$-Koeffizient zu 0 wird. Damit

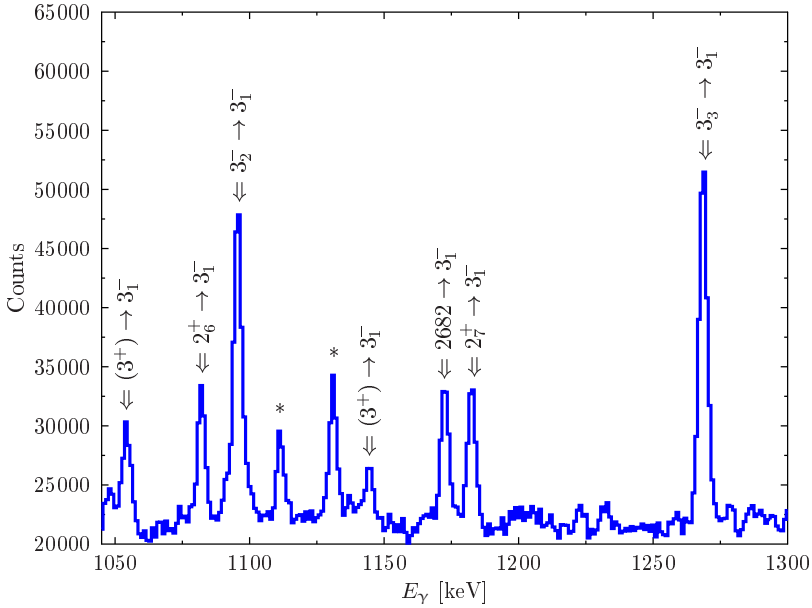



**Abbildung 6.4.:** Projiziertes Spektrum der $\gamma\gamma$-Matrix mit einem Gate auf den 814-keV-Übergang ($3_1^- \rightarrow 2_1^+$). Man erkennt unter anderem die Linien der $3_i^- \rightarrow 3_1^-$-Übergänge. Informationen zu den mit „*" gekennzeichneten Linien lassen sich im Text nachlesen.

reduziert sich die Ellipse in der $A_{22}$-$A_{44}$-Ebene zu einer Geraden, bei dem ein Punkt auf dieser Geraden zu zwei gleichwertigen Werten für $A_{22}$ und damit unterschiedlichen Werten von $\delta$ gehört. Es ist keine weitere Kaskade bekannt, die den $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ Übergang beinhaltet, um den zweiten Wert ausschließen zu können. Die primäre Bevölkerung des $3_3^-$ Zustands ist zu schwach, um durch ein Gate auf den CS $\rightarrow 3_3^-$-Übergang den Wert von $\delta(3_3^- \rightarrow 3_1^-)$ bestimmen zu können. Des Weiteren ist der Einfangszustand (CS) ein $3^-$ Zustand, dessen Übergang in den $3_3^-$ Zustand ein ebenfalls unbekanntes Multipol-Mischungsverhältnis aufweist. Es ist davon auszugehen, dass der $3_3^-$ Zustand hauptsächlich durch viele schwache Übergänge bevölkert wird. Für die weitere Arbeit wird der Wert von $\delta = 0.54(4)$ angenommen, da dieser mit dem Wert von S. F. Hicks *et al.* von $\delta = -0.35^{+16}_{-9}$ eher verträglich ist. Der Vorzeichenunterschied zwischen dem in dieser Arbeit ermittelten Wert und dem Wert von S. F. Hicks *et al.* ist das Resultat unterschiedlicher Vorzeichenkonventionen und muss nicht weiter beachtet werden, da in die Berechnung der

Übergangsstärken das Multipol-Mischungsverhältnis quadratisch eingeht. In dieser Arbeit wird die in Kapitel 2 eingeführte Konvention von Krane *et al.* verwendet [25].

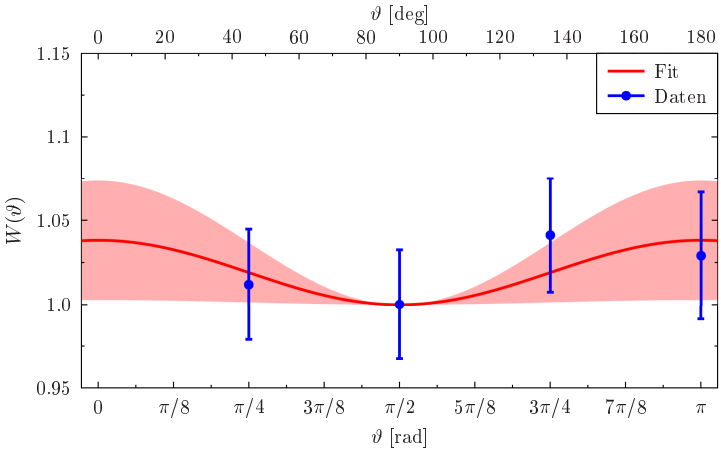
Unter Verwendung des gleichen Energiegates wurde auch das Multipol-Mischungsverhältnis vom Übergang $3_2^- \rightarrow 3_1^-$ bestimmt. Der $3_2^-$ Zustand wurde bereits in früheren Arbeiten (Ref. [15]) als Teil des $[2_1^+ \otimes 3_1^-]$-Quintetts identifiziert und weist einen starken $E2$-Übergang von 23(4) W.u. in den $3_1^-$ Zustand auf. Diese $E2$-Stärke ist vergleichbar mit dem $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ von 17(1) W.u. und passt gut in das Phononen-Modell bei dem in beiden Fällen jeweils ein Quadrupol-Phonon vernichtet wird. In früheren Veröffentlichungen wurde fälschlicherweise der $3^-$ Zustand bei 2779 keV, der aktuell als $3_3^-$ Zustand gelistet ist, als Teil des $[2_1^+ \otimes 3_1^-]$-Quintetts angesehen, was durch die Veröffentlichung [16] korrigiert wurde. Die Messung des Multipol-Mischungsverhältnisses vom $3_2^- \rightarrow 3_1^-$ Übergang aus den EXILL-Daten ergibt einen Wert von:

$$\delta(3_2^- \rightarrow 3_1^-) = 2.0^{+25}_{-8} \tag{6.15}$$

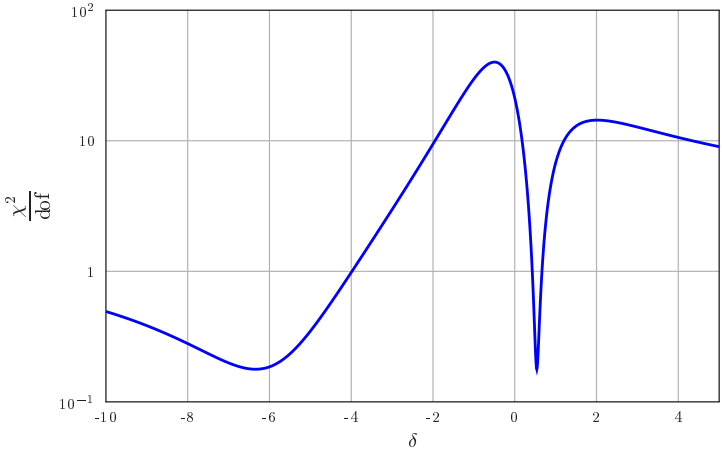
Dieser Wert deckt sich mit dem von S. F. Hicks ermittelten Wert von $|\delta| = 1.29^{+57}_{-22}$ und unterstützt die Annahme, dass der $3_2^-$ Zustand ein Mitglied des $[2_1^+ \otimes 3_1^-]$-Quintetts ist.

### 6.4.2 Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse $b(3_3^- \rightarrow J_x)$

Um aus den Multipol-Mischungsverhältnissen die Übergangsstärken der beteiligten Multipolordnungen zu bestimmen, ist sowohl die Kenntnis der Lebensdauer des Anfangszustands als auch das Verzweigungsverhältnis (engl. branching ratio) des untersuchten Übergangs nötig. Abgesehen von dem Zerfall $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ zerfällt der $3_3^-$ Zustand noch in die $2_1^+$, $4_1^+$ und $2_2^+$ Zustände. Die jeweiligen Verzweigungsverhältnisse können aus den EXILL-Daten gewonnen werden. Üblicherweise würde man bei $(n, \gamma)$-Messungen ein Energiegate auf einen den $3_3^-$ Zustand populierenden Übergang setzen und im projizierten Spektrum die Intensitäten der entvölkernden Peaks messen. Der $3_3^-$ Zustand wird jedoch nicht ausreichend stark direkt vom Einfangszustand aus oder über einen einzelnen bekannten höherliegenden Zustand bevölkert, so dass hier durch Setzen von Energiegates auf die übernächsten entvölkernden Übergänge die Volumina von $3_3^- \rightarrow J_x$ gemessen wurden. $J_x$ steht dabei für einen Zustand, in den der $3_3^-$ Zustand zerfällt. Für die Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse muss wiederum das Verzweigungsverhältnis des Gate-Übergangs bekannt sein. Abbildung 6.13 zeigt das Zerfallsschema des $3_3^-$ Zustands mit den für




**(a)** An die Datenpunkte (blau) gefittete Winkelkorrelationsfunktion (rot).




**(b)** Reduzierte $\chi^2$-Funktion des Fits von $\delta$ an die Datenpunkte. Die Minima liegen bei $\delta = 0.54$ und $\delta = -6.34$.

**Abbildung 6.5.:** Winkelkorrelationsfunktion und reduziertes $\chi^2$ für Fit des Multipol-Mischungsverhältnisses des Übergangs $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ in $^{144}$Nd. Auf die Darstellung des $A_{22}$-$A_{44}$-Plots wurde hier verzichtet, da $A_{44}$ für alle $\delta$ den Wert 0 annimmt.

die Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse relevanten Übergängen. Das Verzweigungsverhältnis für den Übergang $3_3^- \to 3_1^-$ berechnet sich aus:

$$b(3_3^- \to 3_1^-) = \frac{V(3_3^- \to 3_1^-)}{\sum_x V(3_3^- \to J_x) \cdot b(3_1^- \to 2_1^+)} = 35.44(46)\,\%\,. \tag{6.16}$$

Die Verzweigungsverhältnisse aller $3_3^- \to J_x$-Übergänge und der verwendeten Gate-Übergänge sind in Tabelle 6.4 gezeigt.

### 6.4.3 Bestimmung der Lebendauer $\tau(3_3^-)$

Die letzte noch fehlende experimentelle Größe für die strukturelle Charakterisierung des $3_3^-$ Zustands ist seine Lebensdauer. In Kapitel 4.2 wurde bereits ausgeführt, dass der zu messende Zustand in $^{144}$Nd die notwendigen Kriterien für eine GAMS-Messung erfüllt. Bevor eine unbekannte Lebensdauer bestimmt werden kann, müssen die Instrument-Antwort-Funktion (Instrument-Response-Funktion) und die thermische Verbreiterung bestimmt werden. Die Verfahren, wie beide Größen experimentell bestimmt werden, sind in Kapitel 4.2 beschrieben.

Für die Messung der Instrument-Antwort-Funktion wurde die $2_1^+ \to 0_1^+$-Linie bei 697 keV ($\tau(2_1^+) = 6.51(34)$ ps [11]) in $(m,n) = (3,3)$ Ordnung (nicht-dispersive Geometrie) gemessen. Abbildung 6.6 zeigt das Ergebnis dieser Messung und die berechnete theoretische Antwort-Funktion. Für die Berechnung der theoretischen Antwort-Funktion wurde das Programm FNEVAL [52] benutzt. Die dafür verwendeten Parameter können in Tabelle 6.3 eingesehen werden. Die Orientierung der Kristalle (hier [220]) ist der Millersche Index für diejenige Kristallebene, an der die Beugung stattfindet. Die Kalibrierungskonstante verbindet die Anzahl Linien, die mit dem Laser-Interferometer gemessen wurden, mit der Winkelposition des Kristalls. Es gilt

$$F_{\mathrm{A,B}} = K_{\mathrm{A,B}} \sin(\theta_B) + F^0_{\mathrm{A,B}}\,, \tag{6.17}$$

wobei $K_{\mathrm{A,B}}$ die Kalibrierungskonstante und $F^0_{\mathrm{A,B}}$ ein Offset von Kristall A bzw. B ist. Ersetzt man $\sin(\theta_B)$ mit Hilfe der Bragg-Gleichung (Gl. (4.2)) erhält man die theoretische Position (Linienzahl) für Kristall B, bei der eine Linie mit gegebener $\gamma$-Energie $E_\gamma$ und Beugungsordnung $n$ zu sehen ist:

$$F_{\mathrm{B}} = K_{\mathrm{B}} n \frac{hc}{2dE_\gamma} + F^0_{\mathrm{B}}\,. \tag{6.18}$$

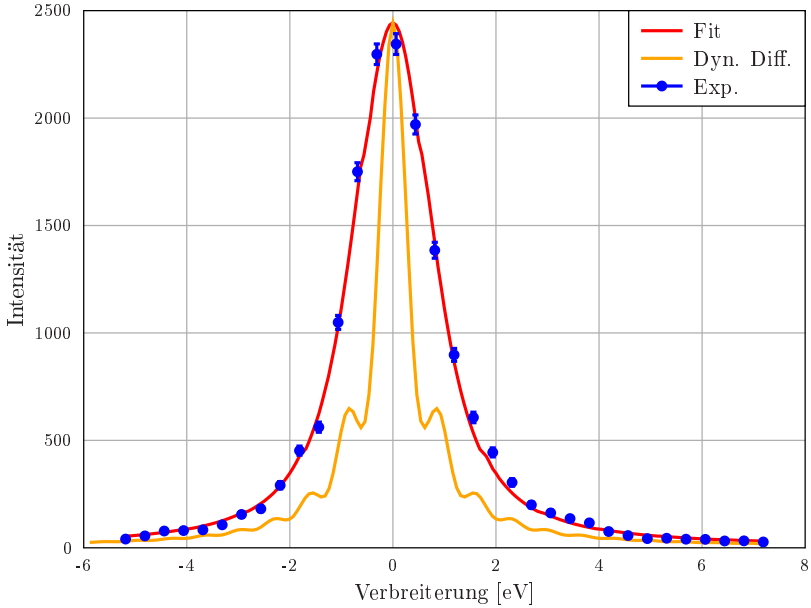



**Abbildung 6.6.:** Messung der Instrument-Antwort-Funktion mit der 697-keV-Linie ($2_1^+ \rightarrow 0_1^+$). An die Datenpunkte (blau) wurde eine Peakform angefittet (rot). Aus dieser Messung wird ein Parameter extrahiert, der für alle Messungen den Unterschied zwischen der theoretischen Antwort-Funktion (orange) und der gefitteten Linienform beschreibt.

Aus der Messung der 697-keV-Linie wird ein Parameter extrahiert, der den Unterschied zwischen der theoretischen und gemessenen Antwort-Funktion beschreibt. Dieser Parameter ist für alle Messungen unabhängig von der $\gamma$-Energie oder Beugungsordnung gültig.

Im nächsten Schritt wird die thermische Verbreiterung bestimmt. Dazu wird eine Linie gemessen, die einen Zustand mit verhältnismäßig langer Lebensdauer $\tau > 4\,\mathrm{ps}$ entvölkert. Bei Lebensdauern in diesem Bereich hat der Kern genügend Zeit, auf thermische Geschwindigkeit abgebremst zu werden (vgl. Abb. 6.7). Bei der Nd-Messung bieten sich ebenfalls die 697-keV-Linie oder die 618-keV-Linie an, die den $4_1^+$ Zustand entvölkert. Dieser Zustand hat eine Lebensdauer von $\tau(4_1^+) = 10.7(13)\,\mathrm{ps}$ [66]. Abbildung 6.8 zeigt das Resultat der Messung der 618-keV-Linie in $(3,-3)$ Ordnung (dispersive Geometrie), bei der die thermische

**Tabelle 6.3.:** Verwendete Parameter für das Programm FNEVAL [52].

| Parameter | Wert |
|---|---|
| Material von Kristall A und B | Silizium (Si) |
| Orientierung von Kristall A und B | [220] |
| Dicke von Kristall A und B | 2.47 mm |
| Kalibrierungskonstante $K_A$ | 1896379.63 |
| Kalibrierungskonstante $K_B$ | 1896383.23 |

Verbreitung zu erkennen ist. Aus dieser Messung wurde eine thermische Geschwindigkeit (mittlere Geschwindigkeit) von

$$v_{\text{th.}} = 764(23)\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{6.19}$$

für dieses GAMS-Experiment bestimmt.

Um den Aufbau und die Messungen der thermischen Verbreiterung sowie der Instrument-Antwort-Funktion zu testen, wurde die Linie des $3_1^- \rightarrow 2_1^+$-Übergangs bei 814 keV in $(3,-3)$ Ordnung gemessen und daraus die Lebensdauer des $3_1^-$ Zustands bestimmt. Diese Messung (vgl. Abb 6.9) wurde mit der Messung von S. J. Robinson *et al.* aus dem Jahr 1994 mit GAMS4 verglichen [15]. Unter der Annahme, dass der $3_1^-$ Zustand ausschließlich vom Einfangszustand aus bevölkert wird, erhält man:

$$\tau\left(3_1^-\right) = 1.13^{+19}_{-14}\,\text{ps}\,. \tag{6.20}$$

Wir können hier nur von einer oberen Grenze der Lebensdauer für den $3_1^-$ Zustand ausgehen, da dieser Zustand auch über Zwischenzustände bevölkert wird, die in der Analyse nicht berücksichtigt wurden. Wird ein Zustand über einen Zwischenzustand gefüttert (sekundäre Fütterung), erfährt der Kern einen geringeren Rückstoß als wenn der Zustand vom Einfangszustand aus gefüttert wird (primäre Fütterung). Nimmt man nur primäre Fütterung an und vernachlässigt sekundäre Fütterung, erhält man eine zu große Lebensdauer, die eine obere Grenze darstellt. Der Wert für die Lebensdauer, den S. J. Robinson *et al.* unter den gleichen Annahmen mit GAMS4 gemessen hat, liegt bei $\tau(3_3^-) < 1.21\,\text{ps}$, welcher sehr gut zu dem hier ermittelten Wert passt.

Für die Bestimmung der Lebensdauer des $3_3^-$ Zustands musste die gemessene Ordnung auf Kosten der Auflösung reduziert werden. Während die vorher gemesse-

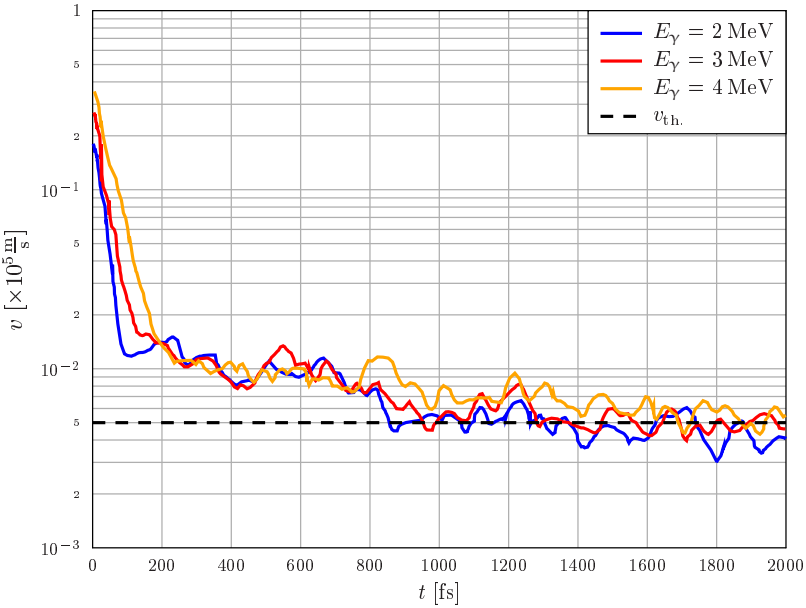



**Abbildung 6.7.:** Abbremsverhalten eines Kerns für verschiedene $\gamma$-Energien [52]. Man erkennt, dass für große $t$ die thermische Geschwindigkeit (hier $v_{\mathrm{th.}} \approx 500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) erreicht wird.

nen Übergänge ($2_1^+ \to 0_1^+$, $4_1^+ \to 2_1^+$ und $3_1^- \to 2_1^+$) alle in $(3, \pm 3)$ Ordnung messbar waren, konnte die 2082-keV-Linie, die den $3_3^-$ Zustand in den $2_1^+$ Zustand entvölkert, nur in $(1, -1)$ Ordnung gemessen werden. Diese Linie hat eine Intensität von 3.9(1)‰ relativ zur 697-keV-Linie [64], so dass zu befürchten ist, dass die 2082-keV-Linie in höheren Ordnungen nicht sichtbar ist. Zwar hat die $(1, -1)$ Ordnung ein gutes Intensitätsverhältnis, dafür aber eine erheblich schlechtere Auflösung als höhere Ordnungen. Aus den theoretischen Berechnungen für die Antwort-Funktion geht hervor, dass die Linie in $(2, -2)$ Ordnung bei 2082 keV um einen Faktor 2-3 schwächer ist, als die gleiche Linie in $(1, -1)$ Ordnung. Abbildung 6.10 zeigt für die 2082-keV-Linie die theoretische Instrument-Antwort-Funktion für verschiedene Beugungsordnungen. Bei der 1286-keV-Linie wäre es interessant gewesen, die Aufspaltung des Dubletts experimentell zu sehen und den Energieunterschied zwischen beiden Übergängen genau zu bestimmen, was aber an der geringen Intensität der Linie gescheitert ist. Auch eine exakte Identifizierung, welche Linie des Dubletts

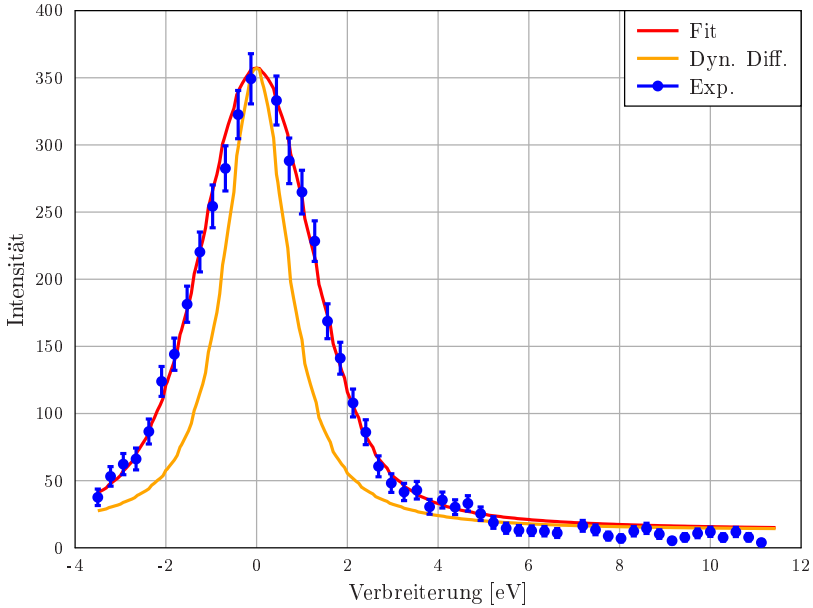



**Abbildung 6.8.:** Messung der thermischen Verbreiterung der 618-keV-Linie ($4_1^+ \rightarrow 2_1^+$). Der $4_1^+$ Zustand eignet sich aufgrund seiner langen Lebensdauer von $\tau = 10.7(13)\,\mathrm{ps}$ gut, um die thermische Geschwindigkeit zu bestimmen.

zu welchem Übergang gehört, wäre nicht sicher möglich gewesen, so dass die 2082-keV-Linie zur Bestimmung von $\tau(3_3^-)$ genutzt wurde.

Entscheidend für die präzise Bestimmung der Lebensdauer eines Zustands mit GAMS ist die korrekte Beschreibung der Fütterung (engl. feeding), da diese die Rückstoßgeschwindigkeiten und damit die Doppler-Verbreiterung beeinflusst. Kennt man die Fütterung nicht vollständig, wird mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation ein Zwischenzustand (intermediate state) in der Analyse erzeugt, der stellvertretend für alle unbekannten Übergänge steht, die in den zu messenden Zustand füttern. Variabel ist dabei die Energie $E_{\mathrm{is}}$ und die Lebensdauer $\tau_{\mathrm{is}}$ des Zwischenzustands. Für die Analyse bekommt man aus der Simulation einen Satz von Rückstoßverteilungen, die jeweils zu einer Kombination von $E_{\mathrm{is}}$ und $\tau_{\mathrm{is}}$ gehört. Fittet man die Lebensdauer aus den Daten, so erhält man bei einer Kombination $(E_{\mathrm{is}}, \tau_{\mathrm{is}})$ ein Minimum in der $\chi^2$-Verteilung. Das zu diesem Minimum gehörende $\tau$ des gemessenen Zustands ist das Endergebnis der Analyse.

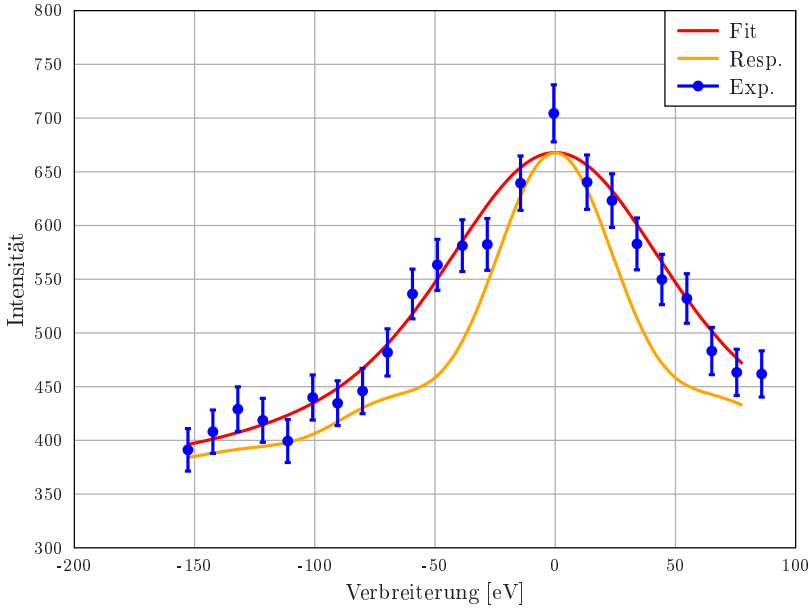



**Abbildung 6.9.:** Spektrum aus der Messung der 2082-keV-Linie zur Bestimmung der Lebensdauer des $3_3^-$ Zustands in $^{144}$Nd mit GAMS6.

Im hier vorliegenden Falle sind leider, selbst unter Verwendung der EXILL-Daten, keine höherliegenden Zustände bekannt, die neben dem Einfangszustand in den $3_3^-$ Zustand füttern, so dass hier nur die primäre Fütterung (4.3 %) und eine simulierte Zwei-Schritt-Kaskade (95.7 %) eingeht (vgl. Abb. 6.12). Die Verzweigungsverhältnisse zwischen primärem und sekundärem Feeding wurden aus den EXILL-Daten gewonnen. Das $\chi^2$ verändert sich jedoch bei Variation von $E_{\mathrm{is}}$ und $\tau_{\mathrm{is}}$ nur marginal (s. Abb. 6.11), was auf die kurze Lebensdauer in Kombination mit dem Mean Free Path Approach für den Abbremsvorgang (MFPA, vgl. Ref. [67] für weitere Informationen) und der niedrigen Beugungsordnung zurückzuführen ist [52]. Erst bei sehr kleinen Lebensdauern von unter 5 fs steigt der $\chi^2$-Wert an. Ist die zu bestimmende Lebensdauer in mittelschweren und schweren Kernen so kurz, dass nicht ausreichend viele Stöße zur Abbremsung im Material stattfinden (Der MFPA sieht vor, dass der Kern ungebremst eine freie Weglänge zurücklegt, die durch das Zellvolumen festgelegt ist), ändert sich das $\chi^2$ bei Variation des Fütterungsszenarios kaum und ein großer Bereich von Lebensdauern ist mit den Messdaten verträglich. Für eine Lösung dieses Problems muss der Analysecode, der den Abbremsvorgang mo-

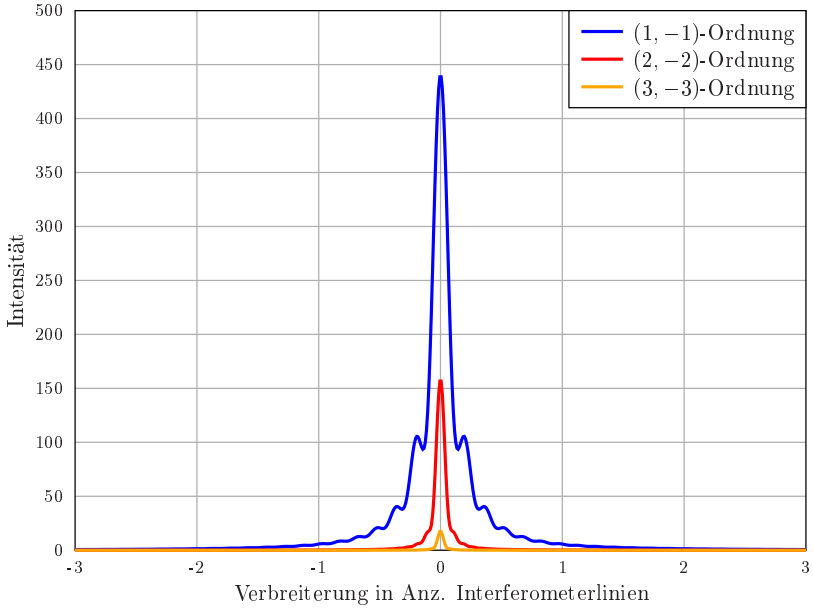



**Abbildung 6.10.:** Instrument-Antwort-Funktion der 2082-keV-Linie für verschiedene dispersive Beugungsordnungen. Zu erkennen ist, dass bei steigender Ordnung die Breite der Funktion abnimmt, aber auch die Intensität kleiner wird. Die Funktionen wurden mit dem Programm FNEVAL [52] erzeugt.

delliert, von M. Jentschel umgeschrieben werden, was im zeitlichen Rahmen dieser Arbeit nicht möglich war, aber geplant ist. Für diese Arbeit wird für die Bevölkerung des $3_3^-$ Zustands lediglich primäre Fütterung angenommen, was unter dieser Annahme zu einem Lebensdauerwert von

$$\tau(3_3^-) = 59^{+18}_{-15}\,\text{fs} \tag{6.21}$$

führt. Die Bestimmung der absoluten $M1$- und $E2$-Stärke im nächsten Abschnitt wird mit diesem Wert durchgeführt und liefert daher eine untere Grenzen für die Übergangsstärken.

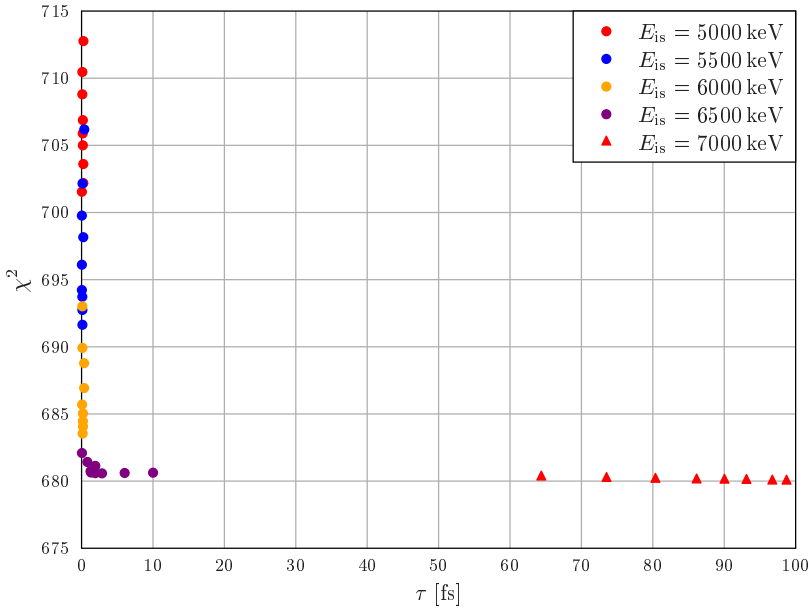



**Abbildung 6.11.:** $\chi^2$-Verteilung der an die GAMS-Daten für den 2779-keV-Zustand angefitteten Peakformen mit der Lebensdauer $\tau$ als freiem Parameter. Jede Punktform und -farbe gehört zu einem Fit mit einer festen Energie $E_{is}$ und verschiedenen Lebensdauern $\tau_{is}$ des Zwischenzustands.

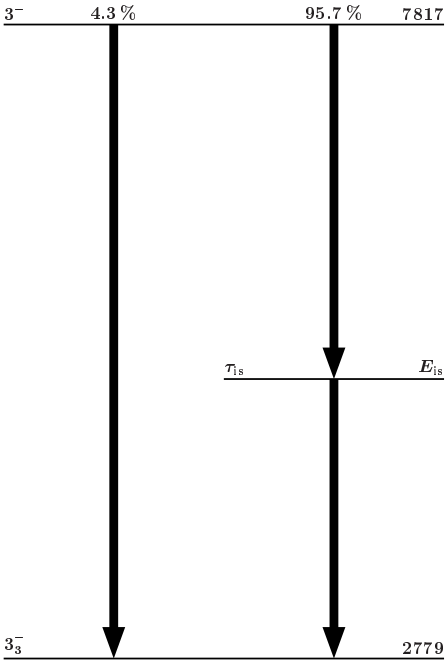



**Abbildung 6.12.:** Feeding-Szenario für den $3_3^-$ Zustand in $^{144}$Nd. Der Zwischenzustand (intermediate state) ist kein real vorhandener Zustand, sondern steht stellvertretend für alle unbekannten Zustände, die in den $3_3^-$ Zustand füttern.

### 6.4.4 Bestimmung der Übergangsstärke $B(\sigma L; 3_3^- \to 3_1^-)$

Die Gleichung zur Bestimmung der $M1$- und $E2$-Stärke wurde bereits in Abschnitt 2.3 hergeleitet:

$$B(M1; J_i \to J_f) = \frac{1}{\tau \cdot E_\gamma^3} \frac{3b(J_i \to J_f)}{3C(M1) + C(E2) \cdot (\hbar c)^2 \cdot 100\delta^2} \frac{1}{1+\alpha_C}, \tag{6.22}$$

$$B(E2; J_i \to J_f) = \frac{100\delta^2}{3} \frac{(\hbar c)^2}{E_\gamma^2} \cdot B(M1; J_i \to J_f), \tag{6.23}$$

$$= \frac{1}{\tau \cdot E_\gamma^5} \frac{b(J_i \to J_f) \cdot \left[(\hbar c)^2 \cdot 100\delta^2\right]}{3C(M1) + C(E2) \cdot (\hbar c)^2 \cdot 100\delta^2} \frac{1}{1+\alpha_C}. \tag{6.24}$$

**Tabelle 6.4.:** Verzweigungsverhältnisse der depopulierenden Übergänge der $2_2^+$-, $3_1^-$- und $3_3^-$ Zustände. „CS" steht dabei für den Einfangszustand (engl. capture state) bei 7817 keV.

| Übergang | Gate | $b_{\text{Gate}}$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $2_2^+ \to 2_1^+$ | CS $\to 2_2^+$ | 100 % | 91.84(10) % |
| $2_2^+ \to 0_1^+$ | CS $\to 2_2^+$ | 100 % | 8.16(2) % |
| $3_1^- \to 4_1^+$ | CS $\to 3_1^-$ | 100 % | 2.14(6) % |
| $3_1^- \to 2_1^+$ | CS $\to 3_1^-$ | 100 % | 97.86(23) % |
| $3_3^- \to 2_2^+$ | $2_2^+ \to 2_1^+$ | 91.84(10) % | 13.50(26) % |
| $3_3^- \to 3_1^-$ | $3_1^- \to 2_1^+$ | 97.86(23) % | 35.44(46) % |
| $3_3^- \to 4_1^+$ | $4_1^+ \to 2_1^+$ | 100 % | 11.18(24) % |
| $3_3^- \to 2_1^+$ | $2_1^+ \to 0_1^+$ | 100 % | 39.88(40) % |

Der Konversionskoeffizient $\alpha_C$ hat für $^{144}$Nd bei 1268 keV den Wert 0.002, der die Übergangsstärken kaum beeinträchtigt. Einsetzen der in den letzten drei Abschnitten ermittelten Größen für den $3_3^-$ Zustand führt zu

$$B\left(M1; 3_3^- \to 3_1^-\right) = 0.13^{+3}_{-4}\,\mu_N^2\,, \tag{6.25}$$

$$B\left(E2; 3_3^- \to 3_1^-\right) = 338^{+92}_{-115}\,e^2\text{fm}^4 = 7.5^{+21}_{-25}\,\text{W.u.}\,. \tag{6.26}$$

Beide Werten wurden mit $\tau(3_3^-) = 59^{+18}_{-15}$ fs berechnet. Das ist das Resultat der Lebensdauermessung unter der Annahme, dass der $3_3^-$ Zustand lediglich durch primäre Fütterung bevölkert wurde und damit nur eine obere Grenze der Lebensdauer markiert. Als Konsequenz stellen die hier errechneten Übergangsstärken untere Grenzen dar. Aus der $M1$-Stärke lässt sich das Matrixelement für den Übergang berechnen:

$$\left|\left\langle 3_1^- \middle\| T(M1) \middle\| 3_3^- \right\rangle\right| = \sqrt{(2\cdot 3+1)\cdot B\left(M1; 3_3^- \to 3_1^-\right)} = 0.95^{+10}_{-16}\,\mu_N\,, \tag{6.27}$$

das in der Größenordnung von $1\,\mu_N$ liegt.

Für eine sehr konservative Abschätzung der Übergangsstärken, wird Wert $\tau + \Delta\tau = 77\,\text{fs}$ als Lebensdauer für den $3_3^-$ Zustand verwendet. Daraus erhält man:

$$B\left(M1; 3_3^- \to 3_1^-\right) \geq 0.10\,\mu_N^2\,, \tag{6.28}$$

$$B\left(E2; 3_3^- \to 3_1^-\right) \geq 254\,e^2\text{fm}^4 = 5.7\,\text{W.u.}\,, \tag{6.29}$$

$$\left|\left\langle 3_1^- \middle\| T(M1) \middle\| 3_3^- \right\rangle\right| \geq 0.83\,\mu_N\,. \tag{6.30}$$

Diese Werte stellen untere Grenzen für die Übergangsstärken und das $M1$-Matrixelement dar.

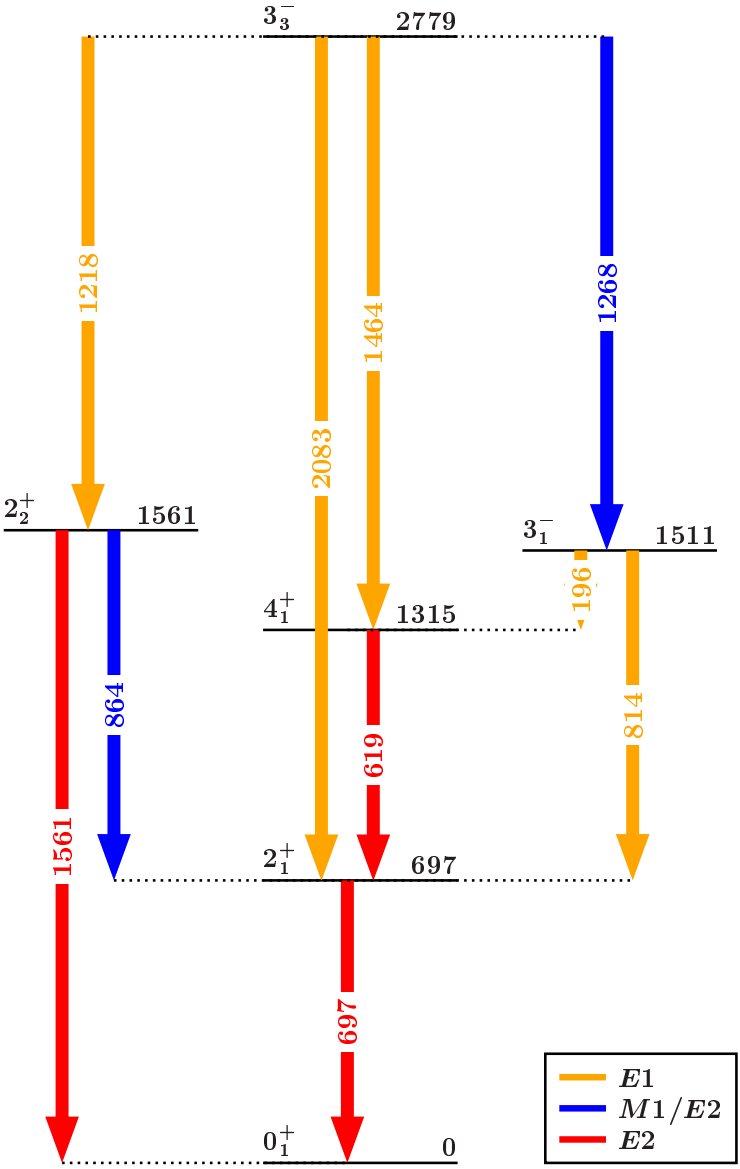



**Abbildung 6.13.:** Zerfallsschema des $3_3^-$ Zustands in $^{144}$Nd.

**Tabelle 6.5.:** Übersicht experimenteller und theoretischer Übergangsstärken von $3_i^- \to 0_1^+$- und $3_i^- \to 3_1^-$-Übergängen in $^{144}$Nd. $E_i$ und $E_\gamma$ sind in keV, $\tau$ in fs, Verzweigungsverhältnisse $b$ in %, $B(M1)$-Werte in Einheiten von $\mu_N^2$ und $B(E2)$- und $B(E3)$-Werte in Einheiten von W.u. angegeben.

| | | | | | Diese Arbeit | | | Exp. | | QPM Ref. [65] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $J_i \to J_f$ | $E_i$ | $E_\gamma$ | $\tau(J_i)$ | $\sigma L$ | $b$ | $\delta$ | $B(\sigma L)$ | $\delta$ | $B(\sigma L)$ | $B(\sigma L)$ |
| $3_1^- \to 0_1^+$ | 1511 | 1511 | [a] $810^{+110}_{-90}$ | $E3$ | | | | | [b] [c] 33.9(17) | 22.0 |
| $3_2^- \to 0_1^+$ | 2606 | 2606 | [d] $153^{+30}_{-16}$ | $E3$ | | | | | [e] 1.1(1) | 0.83 |
| $3_2^- \to 3_1^-$ | | 1095 | | $M1$ | **18.77(21)** | $\mathbf{2.0^{+25}_{-8}}$ | **0.012(6)** | [f] $3^{+13}_{-3}$ | [f] 0.007(1) | 0.009 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{12^{+3}_{-2}}$ | | [f] 23(4) | |
| $3_3^- \to 0_1^+$ | 2779 | 2779 | [g] $< 77$ | $E3$ | | | | | [b] 7.29(70) | 7.0 |
| $3_3^- \to 3_1^-$ | | 1268 | | $M1$ | **35.44(46)** | **0.54(4)** | $\mathbf{> 0.10}$ | [f] $0.37^{+17}_{-11}$ | [f] $0.09^{+5}_{-4}$ | 0.67 |
| | | | | $E2$ | | | $\mathbf{> 5.7}$ | | [f] $2.4^{+14}_{-11}$ | [h] 1.49 |

[a] Ref. [15]
[b] Ref. [17]
[c] COULEX Ref. [61]: $B(E3; 3_1^- \to 0_1^+) = 27.4(12)$ W.u.
[d] gew. Mittelwert aus Refs. [11] und [15]
[e] Ref. [16]
[f] Ref. [11]
[g] Diese Arbeit. Wert ermittelt mit GAMS.
[h] Ref. [68]

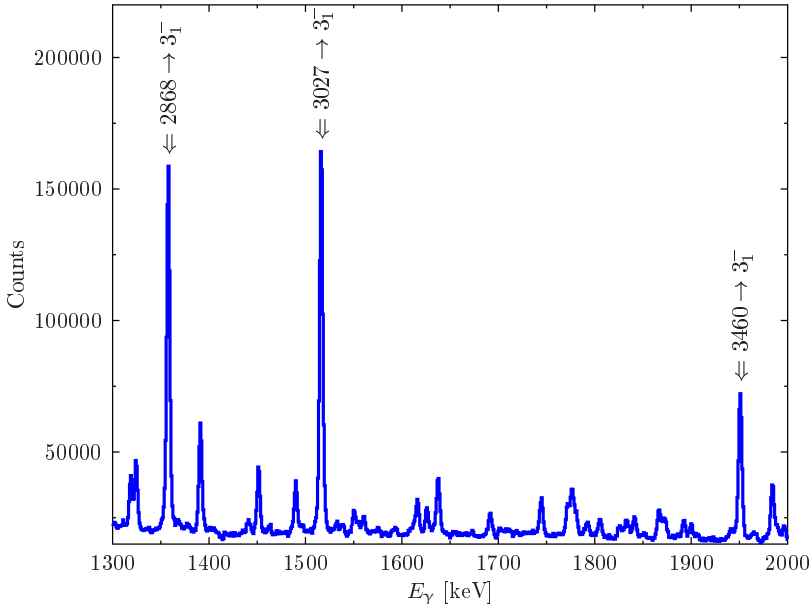



**Abbildung 6.14.:** Projiziertes Spektum der $\gamma\gamma$-Matrix mit einem Gate auf den 814-keV-Übergang. Markiert sind die Peaks der Übergänge die von 2-Phonon-Oktupol-Kandidaten in den $3_1^-$ Zustand füttern.

## 6.5 Doppel-Oktupolzustände in $^{144}$Nd

Setzt man in den EXILL-Daten ein Energiegate auf den $3_1^- \rightarrow 2_1^+$-Übergang bei 814 keV, lassen sich zwei intensive Peaks bei 1357 keV und 1515 keV erkennen (vgl. Abb. 6.14). Diese Übergänge füttern von einem Zustand bei 2868 keV bzw. 3027 keV durch $E1$-Übergänge in den $3_1^-$ Zustand und qualifizieren sich durch ihre Zustandsenergie – man erwartet das $[3_1^- \otimes 3_1^-]$-Quartett ungefähr bei der doppelten Energie des $3_1^-$ Zustands – und durch die hohe relative Intensität der Übergänge in den $3_1^-$ Zustand als Kandidaten für $[3_1^- \otimes 3_1^-]_J$ Zustände. Tabelle 6.6 zeigt unter anderem die Verzweigungsverhältnisse dieser beiden Zustände. Hier ist der starke Zweig (in allen Fällen $b > 50\,\%$) des Zerfalls in den $3_1^-$ zu beachten. Diese Verzweigungsverhältnisse wurden durch Setzen eines Energiegates auf den Übergang, der den Neutroneneinfangszustand bei $E = 7817$ keV mit dem Kandidaten verknüpft, bestimmt.

**Tabelle 6.6.:** Verzweigungsverhältnisse der depopulierenden Übergänge der Zustände bei 2868 keV, 3027 keV und 3461 keV.

| Übergang | Gate | $E_\gamma$ [MeV] | $b$ |
|---|---|---|---|
| $2868 \rightarrow 0_1^+$ | CS $\rightarrow$ 2868 | 2868 | 0.37(1) % |
| $2868 \rightarrow 2_1^+$ | CS $\rightarrow$ 2868 | 2171 | 16.62(6) % |
| $2868 \rightarrow 4_1^+$ | CS $\rightarrow$ 2868 | 1553 | 11.03(5) % |
| $2868 \rightarrow 3_1^-$ | CS $\rightarrow$ 2868 | 1357 | 54.46(12) % |
| $2868 \rightarrow 2_3^+$ | CS $\rightarrow$ 2868 | 795 | 14.50(6) % |
| $2868 \rightarrow 3_1^+$ | CS $\rightarrow$ 2868 | 682 | 3.03(4) % |
| $3027 \rightarrow 2_1^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 2330 | 1.08(2) % |
| $3027 \rightarrow 4_1^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 1712 | 4.38(3) % |
| $3027 \rightarrow 3_1^-$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 1516 | 53.89(12) % |
| $3027 \rightarrow 3_1^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 848 | 3.20(3) % |
| $3027 \rightarrow 4_2^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 916 | 6.28(4) % |
| $3027 \rightarrow 4_3^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 732 | 4.39(3) % |
| $3027 \rightarrow 5_1^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 607 | 4.53(4) % |
| $3027 \rightarrow 4_4^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 575 | 16.27(7) % |
| $3027 \rightarrow 4_5^+$ | CS $\rightarrow$ 3027 | 425 | 5.99(5) % |
| $3461 \rightarrow 2_1^+$ | CS $\rightarrow$ 3461 | 2763 | 3.97(4) % |
| $3461 \rightarrow 4_1^+$ | CS $\rightarrow$ 3461 | 2147 | 4.58(5) % |
| $3461 \rightarrow 3_1^-$ | CS $\rightarrow$ 3461 | 1950 | 56.00(18) % |
| $3461 \rightarrow 5_1^-$ | CS $\rightarrow$ 3461 | 1368 | 30.67(13) % |
| $3461 \rightarrow 4_3^+$ | CS $\rightarrow$ 3461 | 1166 | 4.78(6) % |

Bislang wurden nur in den Isotopen $^{208}$Pb und $^{146,147,148}$Gd Kandidaten für solche 2-Phononen-Oktupolzustände vorgeschlagen. In der Dissertation von Thorsten Kröll werden mögliche Übergänge von 2-Phonon-Oktupolbanden in die 1-Phonon-Oktupolbande im deformierten Kern $^{232}$Th diskutiert [69]. In $^{208}$Pb ist der erste angeregt Zustand bei 2614 keV ein Oktupol-$3^-$ Zustand (1-Phonon-Zustand). Dieser zerfällt über einen starken $E3$-Übergang mit $B(E3; 3^-_1 \rightarrow 0^+_1) = 34$ W.u. in den Grundzustand und gilt als Oktupol-Vibrationszustand. Lange Zeit hat man in diesem Kern erfolglos nach den $0^+$, $2^+$, $4^+$ und $6^+$ Zuständen des $[3^- \otimes 3^-]$-Quartetts gesucht. In inelastischer Neutronenstreuung wurde eine $E3$-$E3$-Kaskade von einem angeregten $0^+$ Zustand bei 5241 keV über den $3^-_1$ in den Grundzustand beobachtet, was diesen angeregten Zustand als $[3^- \otimes 3^-]_{0^+}$ Zustand qualifiziert [18, 19]. Unterstützt wird diese Zuweisung durch Messungen mit Teilchentransferreaktionen und inelastischer Ionenstreuung [70]. Zudem wurde in $^{208}$Pb$(\mathrm{p}, \mathrm{p}'\gamma\mathrm{e})$-Reaktion das Verzweigungsverhältnis vom $E3$-Zerfall des $0^+$ Zustands in den $3^-_1$ Zustand und dem direkten Zerfall in den Grundzustand via $E0$ bestimmt. Das Resultat dieser Messung deckt sich mit den theoretischen Vorhersagen für einen 2-Phonon-Oktupolzustand. Kandidaten für den $2^+$, $4^+$ und $6^+$ Zustand des Quartetts wurden ebenfalls in Ref. [70] vorgeschlagen, konnten aber bislang aufgrund der niedrigen Wirkungsquerschnitte der verwendeten Reaktionen nicht sicher identifiziert werden.

In $^{146}$Gd ist der erste angeregte Zustand ebenfalls ein Oktupol-$3^-$ Zustand, der aber ca. 1 MeV niedriger liegt als in $^{208}$Pb. In einem $^{144}$Sm$(\alpha, 2\mathrm{n})$-Experiment am IKP der Universität zu Köln wurde der $6^+$ Zustand bei 3484 keV als Teil des 2-Phonon-Quartetts identifiziert und Kandidaten für den $0^+$, $2^+$ und $4^+$ Zustand vorgeschlagen [20]. In $^{147,148}$Gd wurden ebenfalls 2-Phonon-Oktupolzustände identifiziert. Diese haben allerdings eine $[\nu f_{7/2} \otimes 3^- \otimes 3^-]$-Konfiguration in $^{147}$Gd bzw. eine $[\nu f^2_{7/2} \otimes 3^- \otimes 3^-]$-Konfiguration in $^{148}$Gd [38]. Letzteres ist ein Isoton zu $^{146}$Sm und $^{144}$Nd. In Ref. [71] wird der $12^+$ Zustand bei 4355 keV in $^{144}$Nd, bei 4195 keV in $^{146}$Sm und bei 3980 keV in $^{148}$Gd als $[\nu f^2_{7/2} \otimes 3^- \otimes 3^-]_{12^+}$ Zustand vorgeschlagen.

In allen Beispielen, die hier genannt wurden, konnten die 2-Phonon-Oktupolzustände durch ihren $E3$-Übergang in den 1-Phonon-Zustand nachgewiesen werden, was bei gestreckten $E3$-$E3$-Kaskaden wie bei $0^+ \rightarrow 3^- \rightarrow 0^+$, $6^+ \rightarrow 3^- \rightarrow 0^+$ oder $12^+ \rightarrow 9^- \rightarrow 6^+$ durch Messung der Winkelkorrelation bzw. Winkelverteilung möglich ist. Um den $2^+$ oder den $4^+$ Zustand des Quartetts sicher als Doppel-Oktupolzustand identifizieren zu können, ist eine Messung der $B(E3)$-Übergangsstärke nötig, was mit den vorliegenden Messungen (EXILL und GAMS) nicht möglich war, da diese primär über $E1$-Übergänge in den $3^-_1$ Zustand zerfallen.

In der GAMS-Kampagne war es aber möglich, die Lebensdauer der Kandidaten für 2-Phonon-Oktupolzustände zu bestimmen. Die 1357-keV-Linie, die den 2868-

keV-Zustand entvölkert, wurde in $(2,-2)$ Ordnung gemessen. Bei der Analyse wurde wie in Abschnitt 6.4.3 beschrieben ein Zwischenzustand mit variabler Energie $E_{\mathrm{is}}$ und variabler Lebensdauer $\tau_{\mathrm{is}}$ simuliert, der stellvertretend für das Fütterungsszenario steht. Abbildung 6.15 zeigt die $\chi^2$-Verteilung der mit verschiedenen Kombinationen von $(E_{\mathrm{is}}, \tau_{\mathrm{is}})$ ermittelten Lebensdauern $\tau$. Die Punkte einer Farbe und Form gehören jeweils zu einer Reihe von $E_{\mathrm{is}}$ mit verschiedenen $\tau_{\mathrm{is}}$ zwischen 10 fs und 800 fs. Daraus lässt sich die Lebensdauer des 2868-keV-Zustands aus dem Minimum dieser Verteilung ermitteln:

$$\tau(2868) = 205^{+12}_{-31}\,\mathrm{fs}\,. \tag{6.31}$$

Dieser Wert wurde ermittelt mit $E_{\mathrm{is}} = 5578\,\mathrm{keV}$ und $\tau_{\mathrm{is}} = 800\,\mathrm{fs}$. Die Fehlerschranken der Lebensdauer ergeben sich aus den Lebensdauern, bei denen $\chi^2 = \chi^2_{\mathrm{min}} + 1$ gilt.

Bei der Analyse der GAMS-Messung für den 3027-keV-Zustand durch die 1516-keV-Linie wurde ein analoges Vorgehen wie bei der 1357-keV-Linie angewandt. Diese Linie wurde ebenfalls in $(2,-2)$ Ordnung gemessen und das Fütterungsszenario durch einen Zwischenzustand simuliert. Abbildung 6.16 zeigt die $\chi^2$-Verteilung des Fits der Lebensdauer bei verschiedenen Kombinationen von $E_{\mathrm{is}}$ und $\tau_{\mathrm{is}}$. Daraus ergibt sich eine Lebensdauer von

$$\tau(3027) = 164^{+8}_{-45}\,\mathrm{fs} \tag{6.32}$$

für den 3027-keV-Zustand. Das minimale $\chi^2$ stellt sich bei $E_{\mathrm{is}} = 4789\,\mathrm{keV}$ und $\tau_{\mathrm{is}} = 600\,\mathrm{fs}$ ein.

Während der GAMS-Messung ergab sich die Gelegenheit, die Lebensdauer eines weiteren Kandidaten für einen 2-Phonon-Oktupolzustand bei 3461 keV zu vermessen. Der Zerfall dieses Zustands in den $3^-_1$ Zustand ist etwas schwächer als die o. g. 1357-keV- und 1516-keV-Übergänge, so dass dieser Übergang bei 1951 keV nur in $(1,-1)$ Ordnung gemessen werden konnte. Unter der Annahme, dass dieser Zustand bei 3461 keV ausschließlich durch primäres Feeding bevölkert wird, ergibt sich eine Wert von

$$\tau(3461) = 24^{+12}_{-10}\,\mathrm{fs} \tag{6.33}$$

für die Lebensdauer des Zustands bei 3461 keV. Auch hier wurde versucht, wie bei den vorangegangen ermittelten Lebensdauern ein Zwischenzustand zu bestimmen, der das sekundäre Feeding repräsentiert. Allerdings entstehen durch die kurze Lebensdauer des Zustands eine Situation wie beim Fit der Lebensdauer des $3^-_3$ Zustands und sehr kurze Lebensdauern $< 1\,\mathrm{fs}$ sind im Rahmen der statistischen

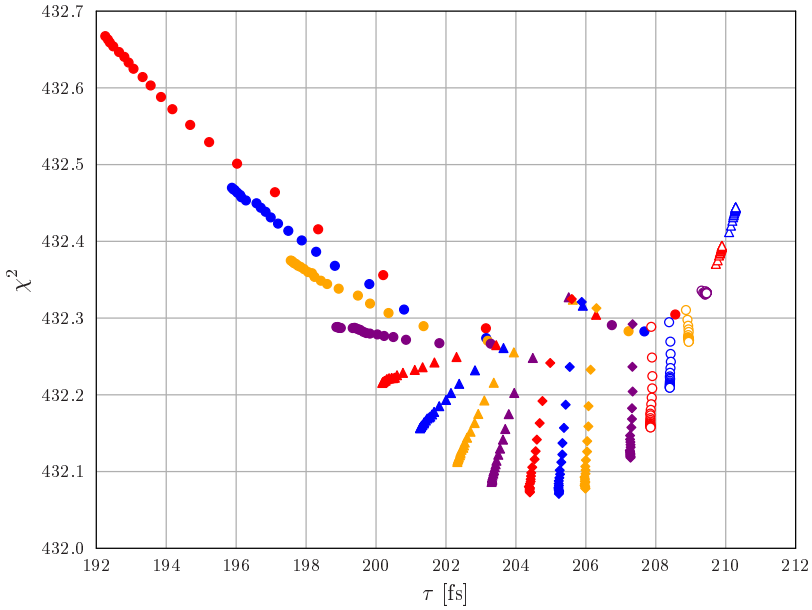



**Abbildung 6.15.:** $\chi^2$-Verteilung der an die GAMS-Daten für den 2868-keV-Zustand angefitteten Peakformen mit der Lebensdauer $\tau$ als freiem Parameter. Jede Punktform und -farbe gehört zu einem Fit mit einer festen Energie $E_{\text{is}}$ und verschiedenen Lebensdauern $\tau_{\text{is}}$ des Zwischenzustands. Aufgrund der Vielzahl an Kombinationen wurde auf eine Legende verzichtet.

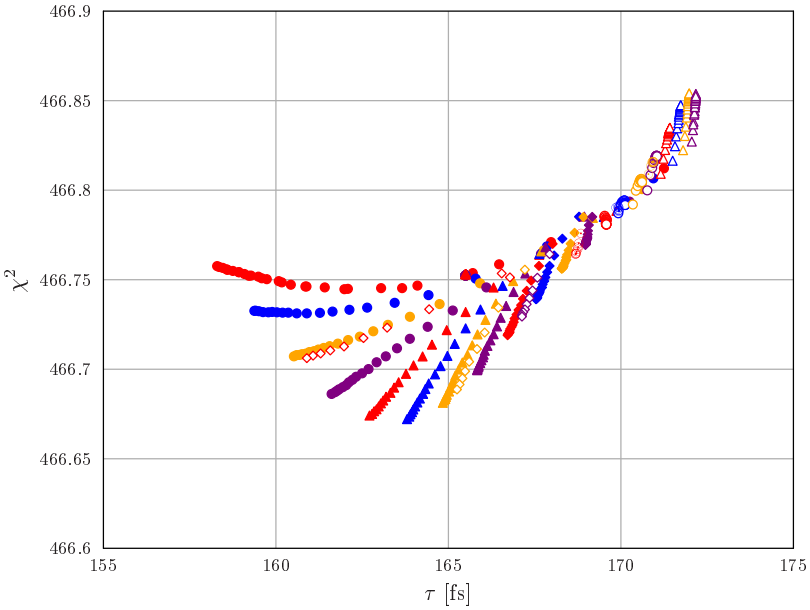



**Abbildung 6.16.:** $\chi^2$-Verteilung der an die GAMS-Daten für den 3027-keV-Zustand angefitteten Peakformen mit der Lebensdauer $\tau$ als freiem Parameter. Jede Punktform und -farbe gehört zu einem Fit mit einer festen Energie $E_{is}$ und verschiedenen Lebensdauern $\tau_{is}$ des Zwischenzustands. Aufgrund der Vielzahl an Kombinationen wurde auf eine Legende verzichtet.

Auswertung mit den Daten verträglich. Daher wird an dieser Stelle wie bei $\tau(3_3^-)$ nur eine obere Grenze von $\tau(3461) \leq 36\,\text{fs}$ für die Lebensdauer angegeben.

Zusammen mit den Verzweigungsverhältnissen und ggf. Multipol-Mischungsverhältnissen aus der EXILL-Kampagne und den ermittelten Lebensdauern aus der GAMS-Messung können die Übergangsstärken der entvölkernden Übergänge bestimmt werden (vgl. Tabellen 6.7 und 6.8). Bei denjenigen $M1/E2$-Übergängen, bei denen kein Multipol-Mischungsverhältnis angegeben ist, konnte aus den EXILL-Daten entweder aufgrund zu geringer statistischer Signifikanz oder mangels passendem Gate-Übergang kein Multipol-Mischungsverhältnis bestimmt werden. In diesen Fällen wurde zur Bestimmung der $M1$-Stärke $\delta = 0$ angenommen. In den Abbildungen A.3, A.4 und A.5 sind die partiellen Levelschemata gezeigt, die die Entvölkerung der in diesem Abschnitt beschriebenen Kandidaten für 2-Phonon-Oktupolzustände verdeutlichen.

## 6.6 Bestimmung der Polarisationssensitivität von EXILL

Ursprünglich war geplant, mit Hilfe der CLOVER-Detektoren, den Strahlungscharakter von Übergängen, insbesondere des $3_3^- \rightarrow 3_1^-$-Übergangs, zu bestimmen. Jedoch ist die Polarisationssensitivität bei $\gamma$-Energien $> 1\,\text{MeV}$ sehr gering, was eine Aussage über den Strahlungscharakter und die damit verbundenen Paritäten der beteiligten Zustände erschwert. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse aus der Bestimmung der Polarisationssensitivität durch EXILL-Daten mit bekannten Übergängen gezeigt. Dabei wurden sowohl Quellenmessungen als auch die $^{143}\text{Nd}(\text{n},\gamma)$-Messungen genutzt. Zum Vergleich wurde in der Bachelorarbeit von Max Werner, die sich mit dem Thema der Polarisationssensitivität eines EXOGAM-Detektors beschäftigt hat, diese in einer Geant4-Simulation bestimmt [72]. Die Ergebnisse dieser Arbeit werden im Folgenden gezeigt.

In Abbildung 6.17 ist die Polarisationssensitivität $Q$ aus den simulierten Daten dargestellt. Die Polarisationssensitivität wurde zunächst ohne einen Schwellenwert bestimmt und liefert für $E_\gamma(3_3^- \rightarrow 3_1^-) = 1268\,\text{keV}$ einen Wert von $Q = 12.2(5)\,\%$. In der Analyse der Simulationsdaten wurde auch der Effekt einer unteren Schwelle für $E_\gamma$ auf die Polarisationssensitivität untersucht. In Abbildung 6.18 wurde für $E_\gamma$ bis 2 MeV die Polarisationssensitivität zusätzlich für einen Schwellenwert von 30 keV und für 150 keV gezeigt. An die Messdaten wurden die Parameter $b$ und $m$ durch Fit an die Funktion (vgl. Gl. 2.85))

$$Q \approx \Sigma(\vartheta = 90^\circ) \cdot \left(b + m \cdot E_\gamma\right), \tag{6.34}$$

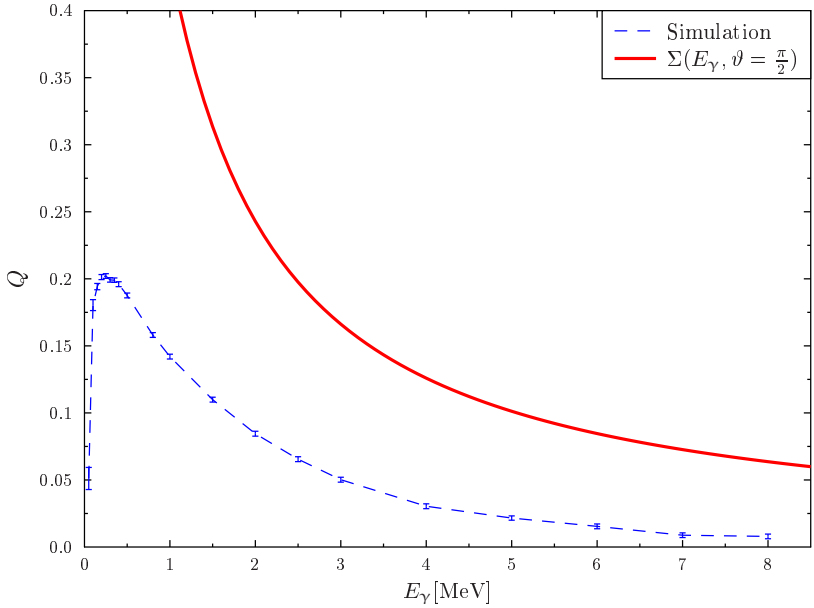



**Abbildung 6.17.:** Verlauf der Polarisationssensitivität $Q$ für $0\,\mathrm{MeV} \leq E_\gamma \leq 8\,\mathrm{MeV}$ ohne Energieschwelle aus Simulationsdaten für einen EXOGAM-Clover-Detektor [72]. Ebefalls ist die Analysierstärke $\Sigma$ (rot) für $\vartheta = 90°$ eingezeichnet.

ermittelt. Die gefitteten Kurven sind ebenfalls in der Abbildung zu erkennen. Bei einer Schwelle von 30 keV ergibt sich aus der Simulation sogar eine geringfügig niedrigere Polarisationssensitivität von $Q = 12.0(5)\,\%$ als bei der Simulation ohne Schwelle und bei einem Schwellenwert von 150 keV eine Sensitivität von $Q = 13.3(5)\,\%$.

Neben der Simulation wurde die Polarisationssensitivität auch aus den Daten der EXILL-Kampagne bestimmt. Abweichend von der Analyse in den vorangegangenen Abschnitten, werden für die Bestimmung der Polarisationssensitivität Daten verwendet, die kein Addback erfahren haben. Um die Reaktionsebene festlegen zu können, wird analog zur $\gamma\gamma$-Winkelkorrelationsmessung ein Photon benötigt, welches sich in der gleichen Kaskade mit dem zu untersuchenden Photon befindet. Es wurde bereits gezeigt, dass die Linearpolarisation $P$ ein Maximum bei $\Theta = 90°$ aufweist und damit die beiden Photonen, die diese Ebene aufspannen, in Detektoren registriert werden müssen, die in einem rechten Winkel zueinander stehen.

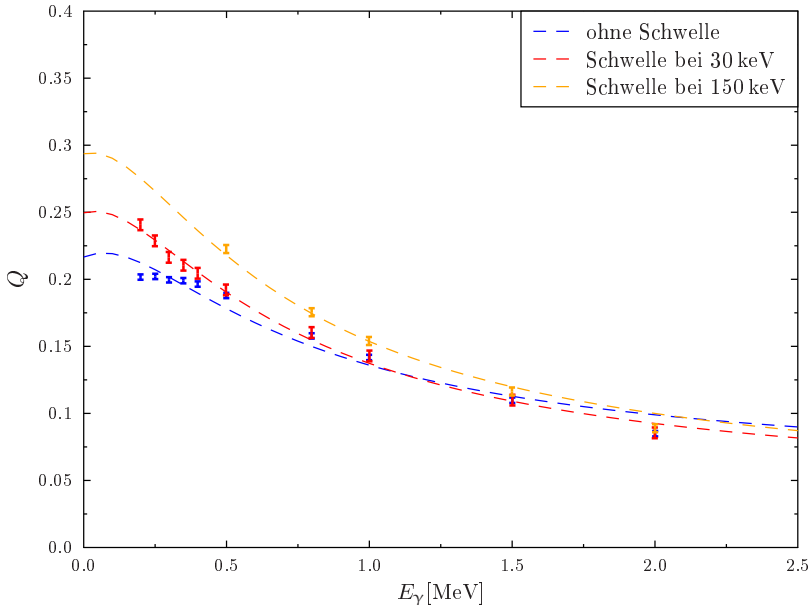



**Abbildung 6.18.:** Verlauf der Polarisationssensitivität $Q$ für $0\,\mathrm{MeV} \leq E_\gamma \leq 2\,\mathrm{MeV}$ für verschiedene Energieschwellen (s. Legende) aus Simulationsdaten für einen EXOGAM-Clover-Detektor [72]. An die jeweiligen Datenpunkte wurde die Funktion für die Polarisationssensitivität mit den freien Parametern $b$ und $m$ angefittet (s. Text für detaillierte Beschreibung).

Dies lässt sich mit EXILL realisieren und die Reaktionsebene fällt damit automatisch mit der Ringebene der EXOGAM-Detektoren zusammen. Nun werden Events, bei denen zwei Detektoren unter einem Winkel von 90° beteiligt waren und eines der Photonen einen Compton-Effekt mit Streuung in einen benachbarten Kristall verursacht hat, in zwei $\gamma\gamma$-Matrizen sortiert. Die $\gamma$-Teilenergien der Compton-Photonen werden aufaddiert und in das Bin $(E_{\mathrm{Det1}}, E_{\mathrm{Det2}}^{\mathrm{Comp1}} + E_{\mathrm{Det2}}^{\mathrm{Comp2}})$ sortiert, so dass man durch Setzen eines Energiegates auf der $x$-Achse der Matrix ein $\gamma$-Spektrum der aufsummierten Compton-Ereignisse unter 90° erhält. Die beiden Matrizen unterscheiden sich durch die Streurichtung der Compton-Photonen in Bezug auf die Reaktionsebene. Die Asymmetrie

$$A = \frac{aV - H}{aV + H} \tag{6.35}$$

erhält man aus dem Verhältnis vertikal und horizontal gestreuter Photonen unter dem selben Gate. Der Faktor $a$ ist dabei so zu bestimmen, dass für unpolarisierte Photonen die Asymmetrie den Wert 0 annimmt.

Die Polarisationssensitivität des EXILL-Aufbaus lässt sich nun aus der gemessenen Asymmetrie $A$ und der rechnerischen Linearpolarisation $P$ bekannter Übergänge ermitteln. Hier bieten sich Übergänge an, an denen nur eine Multipolordnung beteiligt ist ($\delta = 0$). Abbildung 6.19 zeigt die aus den experimentellen Daten gewonnen Sensitivitäten zusammen mit dem Fit für $Q(E)$ an diese Datenpunkte und dem Ergebnis der Simulation zum Vergleich. Die Ergebnisse aus dem Experiment sind mit den Ergebnissen aus der Simulation verträglich, allerdings ergibt sich für die Sensitivität bei 1268 keV ein kleinerer Wert für $Q$ als aus der Simulation:

$$Q(E_\gamma = 1268\,\mathrm{keV}) = 8.0(13)\,\%\,. \tag{6.36}$$

Für den 1268-keV-Übergang erwarten wir unter Berücksichtigung des aus EXILL-Daten gewonnenen Multipol-Mischungsverhältnisses für den $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ Übergang einen linearen Polarisationsgrad von $|P(\Theta = 90°)| = 0.037$. Aufgrund der niedrigen Sensitivität in diesem Energiebereich und der geringen Volumina der Peaks in den auf den Übergang $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ projizierten Spektren ergibt sich eine sehr große Unsicherheit für $\Delta P$ ($\frac{\Delta P}{P} > 1$), so dass mit den vorliegenden Daten keine sinnvolle Aussage über den Polarisationsgrad gemacht werden kann.

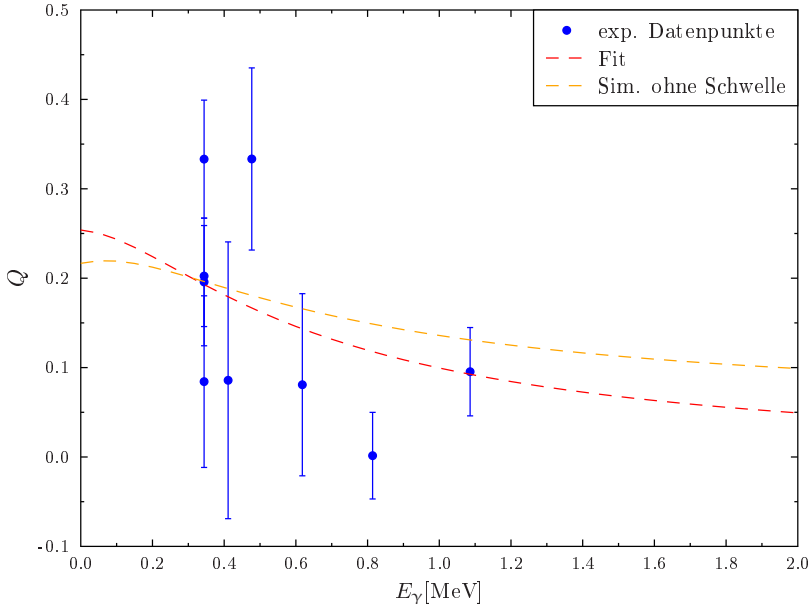



**Abbildung 6.19.:** Experimentell bestimmte Polarisationssensitivität aus EXILL-Daten. An die Datenpunkte (blau) wurde $Q(E)$ angefittet (rot). Zum Vergleich ist das Ergebnis aus der Simulation (orange) gezeigt.

**Tabelle 6.7.:** Übersicht experimenteller Multipol-Mischungsverhältnisse und Übergangsstärken von entvölkernden Übergängen der 2-Phonon-Oktupol-Kandidaten bei 2868 keV und 3027 keV in $^{144}$Nd. $E_i$ und $E_\gamma$ sind in keV, $\tau$ in fs, Verzweigungsverhältnisse $b$ in %, $B(ML)$-Werte in Einheiten von $\mu_N^2 \mathrm{fm}^{2L-2}$, $B(EL)$-Werte in Einheiten von W.u. angegeben.

| $J_i \to J_f$ | $E_i$ | $E_\gamma$ | $\tau(J_i)$ | $b$ | $\sigma L$ | $\delta$ | $B(\sigma L)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(2^+) \to 0_1^+$ | 2868 | 2868 | $205^{+12}_{-31}$ | 0.37(1) | $E2$ | | $1.70^{+18}_{-7} \times 10^{-3}$ |
| $(2^+) \to 2_1^+$ | | 2171 | | 16.62(6) | $M1$ | $3.49^{+30}_{-38}$ | $3.45^{+171}_{-51} \times 10^{-4}$ |
| | | | | | $E2$ | | $0.284^{+67}_{-18}$ |
| $(2^+) \to 4_1^+$ | | 1554 | | 11.03(5) | $E2$ | | $1.09^{+9}_{-4}$ |
| $(2^+) \to 3_1^-$ | | 1357 | | 54.46(12) | $E1$ | [a]0.05(2) | $3.76^{+42}_{-77} \times 10^{-4}$ |
| | | | | | $M2$ | | $106^{+90}_{-73}$ |
| $(2^+) \to 2_3^+$ | | 795 | | 14.50(6) | $M1$ | $0.35^{+31}_{-17}$ | $0.071^{+18}_{-17}$ |
| | | | | | $E2$ | | $4.4^{+9}_{-18}$ |
| $(2^+) \to 1_1^-$ | | 682 | | 3.03(4) | $E1$ | | $1.65^{+21}_{-7} \times 10^{-4}$ |
| $(4^+) \to 2_1^+$ | 3027 | 2330 | $164^{+8}_{-45}$ | 1.08(2) | $E2$ | | $0.018^{+3}_{-2}$ |
| $(4^+) \to 4_1^+$ | | 1712 | | 4.38(3) | $M1$ | 0.23(21) | $2.87^{+113}_{-87} \times 10^{-3}$ |
| | | | | | $E2$ | | $0.017^{+90}_{-10}$ |
| $(4^+) \to 3_1^-$ | | 1516 | | 53.89(12) | $E1$ | −0.06(3) | $3.33^{+90}_{-51} \times 10^{-4}$ |
| | | | | | $M2$ | | $108^{+172}_{-88}$ |
| $(4^+) \to 4_2^+$ | | 916 | | 6.28(4) | $M1$ | −1.05(12) | 0.014(4) |
| | | | | | $E2$ | | $5.66^{+32}_{-102}$ |
| $(4^+) \to 3_1^+$ | | 848 | | 3.20(3) | $M1$ | | $< 0.018$ |
| $(4^+) \to 4_3^+$ | | 732 | | 4.39(3) | $M1$ | | $< 0.039$ |
| $(4^+) \to 5_1^+$ | | 607 | | 4.53(4) | $M1$ | | $< 0.07$ |
| $(4^+) \to 4_4^+$ | | 575 | | 16.27(7) | $M1$ | $0.34^{+20}_{-17}$ | $0.27^{+56}_{-116}$ |
| | | | | | $E2$ | | $30^{+6}_{-12}$ |
| $(4^+) \to 4_5^+$ | | 425 | | 5.99(5) | $M1$ | | $< 0.27$ |

[a] Hier bezeichnet $\delta$ das Multipol-Mischungsverhältnis zwischen einem $E1$- und $M2$-Übergang.

**Tabelle 6.8.:** Übersicht experimenteller Multipol-Mischungsverhältnisse und Übergangsstärken von entvölkernden Übergängen des 2-Phonon-Oktupol-Kandidaten bei $3461\,\mathrm{keV}$. $E_i$ und $E_\gamma$ sind in keV, $\tau$ in fs, Verzweigungsverhältnisse $b$ in %, $B(ML)$-Werte in Einheiten von $\mu_N^2\mathrm{fm}^{2L-2}$, $B(EL)$-Werte in Einheiten von W.u. angegeben.

| $J_i \to J_f$ | $E_i$ | $E_\gamma$ | $\tau(J_i)$ | $b$ | $\sigma L$ | $\delta$ | $B(\sigma L)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(4^+) \to 2_1^+$ | 3461 | 2763 | $< 36$ | 3.97(4) | $E2$ | | $> 0.13$ |
| $(4^+) \to 4_1^+$ | | 2147 | | 4.58(5) | $M1$ | | $> 7.30 \times 10^{-3}$ |
| $(4^+) \to 3_1^-$ | | 1950 | | 56.00(18) | $E1$ | $-0.10(4)$ | $> 0.74 \times 10^{-3}$ |
| | | | | | $M2$ | | $> 146$ |
| $(4^+) \to 5_1^-$ | | 1368 | | 30.67(13) | $E1$ | | $> 1.18 \times 10^{-3}$ |
| $(4^+) \to 4_3^+$ | | 1166 | | 4.78(6) | $M1$ | | $> 0.054$ |

# 7 Diskussion und Ausblick

## 7.1 Isovektorieller Oktupolzustand

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine untere Grenze für die $M1$-Übergangsstärke des $3_3^- \rightarrow 3_1^-$-Übergangs in $^{144}$Nd von

$$B(M1; 3_3^- \rightarrow 3_1^-) > 0.10\,\mu_N^2 \tag{7.1}$$

ermittelt. Der Grund, warum hier nur eine Grenze angegeben werden kann, liegt in der Lebensdauermessung, die zum aktuellen Zeitpunkt lediglich eine obere Grenze von $\tau(3_3^-) < 77\,\text{fs}$ liefern kann. Eine detaillierte Beschreibung, wie diese Werte zu Stande kommen, wurde in Kapitel 6 gegeben. Geht man von der darin genannten Annahme aus, dass bei der Lebensdauermessung lediglich primäre Fütterung stattfindet, erhält man einen Wert von

$$B(M1; 3_3^- \rightarrow 3_1^-) = 0.13^{+3}_{-4}\,\mu_N^2\,. \tag{7.2}$$

Die mit EXILL und GAMS ermittelte $M1$-Stärke ist mit der Stärke von $B(M1; 3_3^- \rightarrow 3_1^-) = 0.09^{+5}_{-4}\,\mu_N^2$ vergleichbar, die in Ref. [12] auf Grundlage der inelastischen Neutronenstreudaten von S. F. Hicks ermittelt wurde. Die Problematik dieser Analyse mit dem Dublett bei 1268 keV wurde in den vorangegangene Kapiteln diskutiert. In dieser Arbeit wurde der $3_3^-$ Zustand aufgrund seines starken $M1$-Zerfalls bereits als Kandidat für einen gemischt-symmetrischen (isovektoriellen) Oktupolzustand klassifiziert.

Theoretische Berechnungen mit dem QPM-Modell von V. Yu. Ponomarev ergeben einen $B(M1)$-Wert von $0.161\,\mu_N^2$ für diesen Übergang [68]. Dieser Wert passt gut zu dem in dieser Arbeit bestimmten experimentellen $B(M1)$-Wert von $0.13^{+3}_{-4}\,\mu_N^2$.

Die Wellenfunktionen für diese Berechnungen stammen aus Ref. [73] und besitzen folgende Konfiguration:

$$\begin{aligned}\left|3^-_1\right\rangle &= 56\%\left|3^-_1\right\rangle + 2\%\left|3^-_2\right\rangle + 26\%\left|2^+_1\otimes 3^-_1\right\rangle + 5\%\left|2^+_1\otimes 5^-_1\right\rangle \\ &\quad + 7\%\,|\text{3-Phonon-Komp.}\rangle \qquad (7.3)\\ \left|3^-_2\right\rangle &= 12\%\left|3^-_1\right\rangle + 36\%\left|2^+_1\otimes 3^-_1\right\rangle + 22\%\left|2^+_1\otimes 5^-_1\right\rangle \\ &\quad + 27\%\,|\text{3-Phonon-Komp.}\rangle \qquad (7.4)\\ \left|3^-_3\right\rangle &= 5\%\left|3^-_1\right\rangle + 7\%\left|3^-_2\right\rangle + 20\%\left|2^+_1\otimes 5^-_1\right\rangle + 39\%\left|3^-_1\otimes 4^+_1\right\rangle \\ &\quad + 26\%\,|\text{3-Phonon-Komp.}\rangle \qquad (7.5)\\ \left|3^-_4\right\rangle &= 13\%\left|3^-_1\right\rangle + 33\%\left|3^-_2\right\rangle + 3\%\left|2^+_1\otimes 3^-_3\right\rangle + 2\%\left|2^+_2\otimes 3^-_1\right\rangle \\ &\quad + 6\%\left|2^+_1\otimes 5^-_1\right\rangle + 25\%\left|3^-_1\otimes 4^+_3\right\rangle + 15\%\,|\text{3-Phonon-Komp.}\rangle \qquad (7.6)\\ \left|3^-_5\right\rangle &= 4\%\left|3^-_1\right\rangle + 33\%\left|3^-_2\right\rangle + 4\%\left|2^+_1\otimes 3^-_1\right\rangle + 7\%\left|2^+_1\otimes 3^-_3\right\rangle \\ &\quad + 16\%\left|2^+_1\otimes 5^-_1\right\rangle + 4\%\left|2^+_1\otimes 5^-_1\right\rangle + 4\%\left|3^-_1\otimes 4^+_1\right\rangle + 9\%\left|4^+_1\otimes 5^-_1\right\rangle \\ &\quad + 18\%\,|\text{3-Phonon-Komp.}\rangle \qquad (7.7)\end{aligned}$$

Da zu dieser Zeit der $3^-$ Zustand bei 2606 keV ($3^-$ des Quadrupol-Oktupol-Quintetts) unbekannt war, ist der $3^-_3$ Zustand in Ref. [73] als $3^-_2$ geführt. Aus den theoretischen Berechnungen von Ponomarev geht auch eine Fragmentierung der $M1$-Stärke auf höhere $3^-$ Zustände hervor, die experimentell bislang so noch nicht beobachtet wurde (vgl. Tab. 7.1). Bildet man über alle Fragmente die Summe der $M1$-Stärke aus den experimentelle Daten und den theoretischen QPM-Rechnungen, erhält man

$$\sum_{i=2}^{3} B_{\text{Exp.}}\left(M1; 3^-_i \to 3^-_1\right) = 0.142(40)\,\mu_N^2\,. \qquad (7.8)$$

$$\sum_{i=2}^{5} B_{\text{Theo.}}\left(M1; 3^-_i \to 3^-_1\right) = 0.457\,\mu_N^2\,. \qquad (7.9)$$

Der Vergleich der beiden Werte deutet darauf hin, dass in $3^-_i \to 3^-_1$-Übergängen mit $i > 3$ noch bislang experimentell unbeobachtete $M1$-Stärke liegt. Die experimentell bestimmte Energie des $3^-_3$ Zustands und die theoretisch berechnete Energie des $3^-_2$ Zustands passt sehr gut zusammen. Auch die Form der experimentell beobachteten oktupol Übergangsdichten $\rho_3(r)$ kann durch die theoretischen Berechnungen reproduziert werden [73]. Die $E3$-Stärke, welche die $3^-_i$ Zustände mit dem Grundzustand verbindet, wird in der Theorie unterschätzt. Insbesondere die $E3$-Stärke,

**Tabelle 7.1.:** Theoretische Übergangsstärken aus dem QPM-Modell von V. Ponomarev [68]. Die Zustandsenergien und $B(E3)$-Stärken wurden aus Ref. [73] entnommen.

| $J_i \to J_i$ | $E_i$ [keV] | $E_f$ [keV] | $B(M1; J_i \to J_f)$ $[\mu_N^2]$ | $B(E2; J_i \to J_f)$ [W.u.] | $B(E3; J_i \to 0_1^+)$ [W.u.] |
|---|---|---|---|---|---|
| $3_1^- \to 0_1^+$ | 1265 | 0 | | | 16.23 |
| $3_2^- \to 3_1^-$ | 2787 | 1265 | 0.161 | 1.49 | 3.02 |
| $3_3^- \to 3_1^-$ | 3252 | 1265 | 0.067 | 0.26 | 0.35 |
| $3_4^- \to 3_1^-$ | 3359 | 1265 | 0.175 | 0.66 | 4.76 |
| $3_5^- \to 3_1^-$ | 3596 | 1265 | 0.054 | 0.04 | 0.35 |

**Tabelle 7.2.:** Theoretische Übergangsstärken aus dem QPM-Modell von Ch. Stoyanov [65].

| $J_i \to J_i$ | $E_i$ [keV] | $E_f$ [keV] | $B(M1; J_i \to J_f)$ $[\mu_N^2]$ | $B(E3; J_i \to 0_1^+)$ [W.u.] |
|---|---|---|---|---|
| $3_1^- \to 0_1^+$ | 1605 | 0 | | 22.0 |
| $3_2^- \to 3_1^-$ | 3347 | 1605 | 0.67 | 7.0 |
| $3_3^- \to 3_1^-$ | 3645 | 1605 | 0.009 | 0.83 |

des Übergangs $3_2^- \to 0_1^+$ (Notation aus [73]) wird beim Vergleich mit dem experimentellen Wert von $B(E3; 3_3^- \to 0_1^+)$ um einen Faktor 2.4 unterschätzt:

$$B_{\text{Theo.}}\left(E3; 3_2^- \to 0_1^+\right) = 3.02\,\text{W.u.}\,, \tag{7.10}$$

$$B_{\text{Exp.}}\left(E3; 3_3^- \to 0_1^+\right) = 7.29(70)\,\text{W.u.}\,. \tag{7.11}$$

Eine weitere theoretische Berechnung mit dem QPM-Modell von Ch. Stoyanov sieht eine Konzentration der $M1$-Stärke auf den $3_2^-$ Zustand vor [65]. Hier liegt die theoretische $M1$-Stärke für diesen Übergang bei $B(M1) = 0.67\,\mu_N^2$, welche größer ist, als der experimentelle Wert für die $M1$-Stärke und die summierte $M1$-Stärke aus den Berechnungen von Ponomarev. Tabelle 7.2 zeigt die theoretischen Übergangsstärken aus dieser Rechnung. Ebenfalls unterschiedlich zu den experimentellen Ergebnissen sind die Energien des $3_2^-$ und $3_3^-$ Zustands sowie die Reihenfolge der Zustände. Experimentell ist die Energie des $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3^-}$ Zustands kleiner als die

des isovektoriellen $3^-$ Zustands. Abgesehen von diesen Unstimmigkeiten, werden von der theoretischen Rechnung die experimentellen $B(E3; 3_i^- \rightarrow 0_1^+)$-Werte gut reproduziert.

In Abbildung 7.1 sind die experimentellen Ergebnisse sowie die Ergebnisse beider theoretischer Rechnungen gezeigt (Theorie A: Ch. Stoyanov – Theorie B: V. Ponomarev). Man erkennt, dass gerade was die $M1$-Stärke zwischen den $3^-$ Zuständen angeht, teilweise noch große Diskrepanzen zwischen den theoretischen Werten und den experimentellen Werten sowie zwischen beiden theoretischen Rechnungen vorhanden sind.

Wie im Einleitungskapitel ausgeführt, ist die Suche nach gemischt-symmetrischen Oktupolzuständen auch in der Massenregion $A = 100$ Gegenstand aktueller Forschung. Kürzlich wurde die $M1$-Stärke von Übergängen in $^{96}$Ru bestimmt [74]. Hier wird der $3_2^{(-)}$ Zustand bei 3075.8 keV als gemischt-symmetrischer Oktupolzustand vorgeschlagen, der mit $B(M1; 3_2^{(-)} \rightarrow 3_1^-) = 0.14(4)\,\mu_N^2$ in den symmetrischen 1-Phonon-Oktupolzustand bei 2650 keV zerfällt. Dieser Wert passt sehr gut zur in $^{144}$Nd gefundenen unteren Grenze der $M1$-Stärke und unterstützt daher die Annahme, dass es sich bei dem $3_3^-$ Zustand in $^{144}$Nd ebenfalls um einen isovektoriellen Oktupolzustand handelt.

Eine alternative Interpretation der $M1$-Stärke als Spinflip $[(n+1)l'_{l'+1/2}, nl_{l+1/2}] \rightarrow [(n+1)l'_{l'+1/2}, nl_{l-1/2}]$ kann ausgeschlossen werden. Um die negative Parität zu erzeugen muss der Intruderzustand $\pi 1h_{11/2}$ bzw. $\nu 1i_{13/2}$ beteiligt sein. Der Spinflip kann in der zur Verfügung stehenden Protonenschale nur durch $\pi 2d_{5/2} \rightarrow \pi 2d_{3/2}$ und in der Neutronenschale nur durch $\nu 2f_{7/2} \rightarrow \nu 2f_{5/2}$ erzeugt werden. $[\pi 1h_{11/2}, \pi 2d_{3/2}]$ und $[\nu 1i_{13/2}, \nu 2f_{5/2}]$ können jedoch minimal nur zu einem $4^-$ und nicht zu einem $3^-$ Zustand koppeln. Spinflipübergänge über die Schalenabschlüsse hinweg (z.B. $\nu 1h_{11/2} \rightarrow \nu 1h_{9/2}$) sind in der Region um $^{144}$Nd unwahrscheinlich.

Ein $3^-$ Zustand oberhalb des $3_1^-$ Zustands kann auch durch die Kopplung $[2_1^+ \otimes 3_1^-]_{3^-}$ also der Kopplung eines Quadrupol- und eines Oktupolphonons erfolgen. Dieses Phänomen wurde bereits in den vorangegangenen Kapiteln erläutert. In einem reinen Phononenbild entspricht der Übergang dieses $3^-$ Zustands in den 1-Phonon-Oktupolzustand $(3_1^-)$ der Vernichtung eines Quadrupolphonons. Dieser Übergang hat demnach eine $E2$-Stärke, die mit dem $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ Übergang vergleichbar ist. In $^{144}$Nd trifft diese Eigenschaft auf den $3_2^-$ Zustand bei 2606 keV zu. Allerding liegen dieser Zustand und der Kandidat für den isovektoriellen Oktupolzustand bei 2779 keV energetisch nahe beieinander, so dass eine Mischung der Wellenfunktionen beider Zustände zu erwarten ist. Experimentell ist das durch eine $M1$-Beimischung des $3_2^- \rightarrow 3_1^-$ Übergangs zu beobachten, die in einem reinen Phononenbild verboten wäre. Aus den experimentellen Daten erhält man für

den $3_2^-$ Zustand einen Anteil von 8(5)% an der gesamten $M1$-Stärke der $3_i^- \rightarrow 3_1^-$-Übergänge.

Zusätzlich zur starken $M1$-Komponente des Zerfalls des isovektoriellen Zustands in seinen isoskalaren Partner, die als „Fingerabdruck“ einer solchen Konfiguration gilt, erwartet man für den Zerfall des isovektoriellen Oktupolzustands in den $2_1^+$ und $2_{1,\mathrm{MSS}}^+$ eine starke $E1$-Komponente [8]. Mit der neuen oberen Grenze für die Lebensdauer lässt sich zusammen mit den Verzweigungsverhältnissen eine untere Grenze für die $E1$-Stärke in den $2_1^+$ Zustand bestimmen:

$$B(E1; 3_3^- \rightarrow 2_1^+) > 0.27\,\mathrm{mW.u.}\,, \tag{7.12}$$

welche im Vergleich zu anderen $E1$-Stärken einen starken Wert darstellt, aber unterhalb des $B(E1; 3_1^- \rightarrow 2_1^+)$-Wertes von 1.02(12) mW.u. liegt. Die prognostizierten $E1$-Übergänge des isovektoriellen Oktupolzustands in die beiden Fragmente des $2_{1,\mathrm{MSS}}^+$ konnten selbst unter $\gamma\gamma$-Koinzidenzen nicht beobachtet werden.

Um die kollektive Natur des $3_3^-$ Zustands in $^{144}$Nd zu unterstreichen, wurde für die Isotope, in denen Kandidaten für isovektorielle Oktupolzustände bekannt sind, das Verhältnis aus den $M1$-Matrixelementen $\left|\left\langle 3_1^- \middle\| T(M1) \middle\| 3_i^- \right\rangle\right|$ und $\left|\left\langle 2_1^+ \middle\| T(M1) \middle\| 2_{\mathrm{MSS}}^+ \right\rangle\right|$ gebildet (vgl. Tab. 7.3). Abbildung 7.2 zeigt graphisch die Ergebnisse dieser Rechnung. Die Daten für $^{94}$Mo, $^{112,114}$Cd und $^{144}$Nd (roter Datenpunkt) wurden aus Ref. [12] und den darin enthaltenen Referenzen entnommen. Der Datenpunkt für $^{96}$Ru stammt aus Ref. [74]. Der blaue Datenpunkt bei $^{144}$Nd wurde mit den Ergebnissen dieser Arbeit bestimmt und ist konsistent mit den Ergebnissen von Ref. [12]. Bei beiden Datenpunkten für $^{144}$Nd wurde zur Berechnung von $\left|\left\langle 3_1^- \middle\| T(M1) \middle\| 3_i^- \right\rangle\right|$ die Summe aus den $M1$-Stärken von $3_2^-$ und $3_3^-$ Zustand in den $3_1^-$ Zustand verwendet, da wie im vorherigen Absatz erläutert, beide Zustände isovektorielle Anteile enthalten. Für die Bestimmung des $|\left\langle 2_1^+ \middle\| T(M1) \middle\| 2_{\mathrm{MSS}}^+ \right\rangle|$ Matrixelements wurde ebenfalls die Summe aus $B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$ und $B(M1; 2_4^+ \rightarrow 2_1^+)$ verwendet, da der gemischt-symmetrische Zustand $2_{1,\mathrm{MSS}}^+$ über diese beiden Zustände fragmentiert ist. Des Weiteren wurde in Ref. [12] Zustände in $^{92}$Zr und $^{96}$Mo als Kandidaten für isovektorielle Oktupolzustände vorgeschlagen. Aus neueren Messung geht jedoch hervor, dass dieser Vorschlag nicht korrekt war [50].

Im $U(5)$ Limit des $sd$-IBM-2 erhält man

$$B\left(M1; 2_{\mathrm{MSS}}^+ \rightarrow 2_1^+\right) = \frac{9}{2\pi}\left(g_\pi^d - g_\nu^d\right)^2 \frac{N_\pi N_\nu}{N^2} \tag{7.13}$$

als $M1$-Stärke zwischen dem isovektoriellen und dem isoskalaren Quadrupolzustand [7]. $N_\pi$ und $N_\nu$ sind dabei die Anzahl der Protonen- und Neutronenbosonen

**Tabelle 7.3.:** Berechnung der Verhältnisse der $M1$-Matrixelemente von $3^-_i \rightarrow 3^-_1$-Übergängen zu $2^+_{\mathrm{MSS}} \rightarrow 2^+_1$-Übergängen für verschiedene Isotope in der $A = 100$ Massenregion und $^{144}$Nd. Die Werte für $^{94}$Mo, $^{112}$Cd und $^{114}$Cd wurden aus Ref. [12] und den Referenzen darin übernommen. Die Werte für $^{96}$Ru sind aus Ref. [74] entnommen. Die in fett gedruckten Werte für $^{144}$Nd sind mit den Werten dieser Arbeit berechnet.

| Isotop | $E(3^-_i)$ | $E(3^-_1)$ | $B(M1; 3^-_i \rightarrow 3^-_1)$ | $B(M1; 2^+_{\mathrm{MSS}} \rightarrow 2^+_1)$ | $\frac{\left\lvert\left\langle 3^-_1 \middle\| T(M1) \middle\| 3^-_i\right\rangle\right\rvert}{\left\lvert\left\langle 2^+_1 \middle\| T(M1) \middle\| 2^+_{\mathrm{MSS}}\right\rangle\right\rvert}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | [keV] | [keV] | $[\mu_N^2]$ | $[\mu_N^2]$ | |
| $^{94}$Mo | 3012 | 2534 | 0.39(10) | 0.56(5) | 0.99(17) |
| $^{96}$Ru | 3076 | 2650 | 0.14(4) | 0.75(14) | 0.53(9) |
| $^{112}$Cd | 2416 | 2005 | 0.25(8) | 0.099(7) | 1.87(36) |
| | 2867 | | 0.06(4) | | 0.92(35) |
| $^{114}$Cd | [a]2385 | 1958 | 0.076(19) | 0.089(9) | 1.09(19) |
| | (2872) | | $< 0.06$ | | $< 1.02$ |
| $^{144}$Nd | [a]2606 | 1511 | **0.012(6)** | **0.37(5)** | |
| | 2779 | | **0.13(4)** | | [b]**0.73(12)** |

[a] $[2^+_1 \otimes 3^-_1]_{3^-}$ Zustand

[b] Wert berechnet aus der summierten $M1$-Stärke von $3^-_2$ und $3^-_3$ in den $3^-_1$ Zustand.

und $N = N_\pi + N_\nu$ die Gesamtzahl der Bosonen. $g^L_\rho$ ist der orbitale $g$-Faktor der der Bosonen. Zusammen mit dem Ausdruck für $B(M1; 3^-_{\mathrm{MSS}} \rightarrow 3^-_1)$ aus Gl. (3.23) ergibt sich für das Verhältnis aus beiden Größen:

$$\frac{\left\lvert\left\langle 3^-_1 \middle\| T(M1) \middle\| 3^-_{\mathrm{MSS}}\right\rangle\right\rvert}{\left\lvert\left\langle 2^+_1 \middle\| T(M1) \middle\| 2^+_{\mathrm{MSS}}\right\rangle\right\rvert} = \sqrt{\frac{14}{5}} \frac{g^f_\pi - g^f_\nu}{g^d_\pi - g^d_\nu}. \tag{7.14}$$

Unter der Annahme, dass $g_\pi = 1$ und $g_\nu = 0$ ist, erhält man den konstanten Wert $\sqrt{\frac{14}{5}} \approx 1.67$ für das Verhältnis. Man beachte, dass im Allgemeinen die $g$-Faktoren für $d$- und $f$-Bosonen nicht gleich sind. Vergleicht man den Wert von 1.67 mit den Werten aus Abbildung 7.2, erkennt man, dass alle Werte viel kleiner sind (Faktor 2-3 Unterschied) als der hier berechnete theoretische Wert, jedoch sind die experimentellen Werte sehr konstant, was für die kollektive Natur der isovektoriellen Oktupolkandidaten spricht.

**Tabelle 7.4.:** Berechnung der Verhältnisse der Energiedifferenzen $E(3_i^-)-E(3_1^-)$ und der $E3$-Stärke des $3_1^- \to 0_1^+$-Übergangs für verschiedene Isotope in der $A = 100$ Massenregion und $^{144}$Nd. Die Werte für $^{94}$Mo, $^{112}$Cd und $^{114}$Cd wurden aus Ref. [12] und den Referenzen darin übernommen.

| Isotop | $E(3_i^-)$ | $E(3_1^-)$ | $E(3_i^-)-E(3_1^-)$ | $\left\lvert\left\langle 3_1^- \middle\| T(E3) \middle\| 0_1^+ \right\rangle\right\rvert$ | $\frac{E(3_i^-)-E(3_1^-)}{\left\lvert\left\langle 3_1^- \middle\| T(E3) \middle\| 0_1^+ \right\rangle\right\rvert}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | [keV] | [keV] | [keV] | $[1000\,e\mathrm{fm}^3]$ | $\frac{\mathrm{keV}}{e\mathrm{fm}^3}$ |
| $^{94}$Mo | 3012 | 2534 | 478 | 0.25(10) | 1.9(8) |
| $^{112}$Cd | 2867 | 2005 | 862 | 0.34(4) | 2.6(4) |
| $^{114}$Cd | (2872) | 1958 | 914 | 0.36(6) | 2.5(4) |
| $^{144}$Nd | 2779 | 1511 | 1268 | 0.51(2) | 2.5(9) |

Bei der Kopplung der Protonen- und Neutronenwellenfunktion ist der isovektorielle Teil der Oktupol-Oktupol-Restwechselwirkung dafür verantwortlich, dass die isoskalare (symmetrische) Kopplung energetisch abgesenkt und die isovektorielle (gemischt-symmetrische) Kopplung energetisch angehoben wird. Im Einleitungskapitel wurde hierfür das anschauliche Bild zweier gekoppelter Pendel gegeben. Ein gutes Maß für die Stärke der Oktupol-Oktupol-Restwechselwirkung ist die Übergangsstärke bzw. das $E3$-Matrixelement, das den Grundzustand mit dem 1-Phonon-Oktupolzustand verknüpft. Dadurch stellt sich für das Verhältnis aus Energiedifferenz $E(3_i^-)-E(3_1^-)$ und dem Matrixelement $\left\lvert\left\langle 3_1^- \middle\| T(E3) \middle\| 0_1^+ \right\rangle\right\rvert$ ein konstanter Wert für verschiedene Isotope ein [12]. In Tabelle 7.4 sind diese Werte für die o. g. Kandidaten berechnet und in Abbildung 7.3 graphisch gezeigt. Ein Datenpunkt für $^{96}$Ru kann nicht angegeben werden, da das zugehörige $E3$-Matrixelement experimentell noch nicht vermessen wurde. Die Werte für die berechneten Verhältnisse sind für alle Isotope mit isovektoriellen Oktupolkandidaten konstant und haben im Durchschnitt den Wert:

$$\frac{E(3_i^-)-E(3_1^-)}{\left\lvert\left\langle 3_1^- \middle\| T(E3) \middle\| 0_1^+ \right\rangle\right\rvert} = 2.31(20)\,\frac{\mathrm{keV}}{e\mathrm{fm}^3}\,. \tag{7.15}$$

Der Wert für $^{144}$Nd mit $2.5(9)\,\frac{\mathrm{keV}}{e\mathrm{fm}^3}$ zeigt im Rahmen der Messunsicherheit keine Abweichung zum Durchschnittswert und deutet erneut die isovektorielle Natur des $3_3^-$ Zustands in diesem Isotop hin.

Abgesehen von einem starken $M1$-Übergang des isovektoriellen Oktupolzustands in den symmetrischen Partner kann auch die direkte Übergangsstärke vom

Grundzustand aus genutzt werden, um die 1-Phononen-Struktur des $3_3^-$ Zustands zu zeigen. Das Verhältnis der $B(E3)$-Werte von $3_1^- \rightarrow 0_1^+$ zu $3_3^- \rightarrow 0_1^+$ liegt in der selben Größenordnung, wie das Verhältnis der $B(E2)$-Werte für den isovektoriellen Zustand im Quadrupolsektor [13]:

$$\frac{B(E3; 3_1^- \rightarrow 0_1^+)}{B(E3; 3_3^- \rightarrow 0_1^+)} = 4.7(7) \tag{7.16}$$

$$\frac{B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)}{B(E2; 2_{\mathrm{MSS}}^+ \rightarrow 0_1^+)} = 9.4(15)\,. \tag{7.17}$$

Zum Vergleich liegt das Verhältnis für den $3^-$ Zustand des Quadrupol-Oktupol-Quintetts eine Größenordnung höher als bei den o. g. Werten [16]:

$$\frac{B(E3; 3_1^- \rightarrow 0_1^+)}{B(E3; 3_2^- \rightarrow 0_1^+)} = 30.8(32)\,. \tag{7.18}$$

Eine mögliche Fragmentierung des isovektoriellen Oktupolzustands, wie sie in den theoretischen Berechnungen von Ponomarev vorkommt [68], außer in den $3_2^-$ Zustand konnte bislang nicht beobachtet werden, da keine höheren Oktupolzustände oberhalb des $3_3^-$ Zustands bekannt sind. Es gibt jedoch einige Kandidaten, von denen der Zustand bei 3287 keV mit $E_\gamma = 1776$ keV in den $3_1^-$ Zustand zerfällt. Aus den EXILL-Daten konnte das Multipol-Mischungsverhältnis für diesen Übergang unter der Annahme, dass dieser Zustand ein $3^-$ Zustand ist, bestimmt werden:

$$\delta(3287 \rightarrow 3_1^-) = 0.22(7)\,. \tag{7.19}$$

Der niedrige Wert des Multipol-Mischungsverhältnisses macht ihn zu einem Kandidaten für ein Fragment des isovektoriellen Oktupolzustands, jedoch ist für diesen Zustand die Lebensdauer unbekannt und somit lässt sich die absolute $M1$-Stärke nicht ermitteln. Hinzu kommt, dass der Fehler verglichen mit anderen Multipol-Mischungsverhältnissen, die mit Hilfe der EXILL-Daten bestimmt wurden, relativ groß ist, da im Spektrum der 1776-keV-Übergang sowohl auf der linken als auch auf der rechten Seite von parasitären Übergängen flankiert ist, was eine saubere Trennung erschwert.

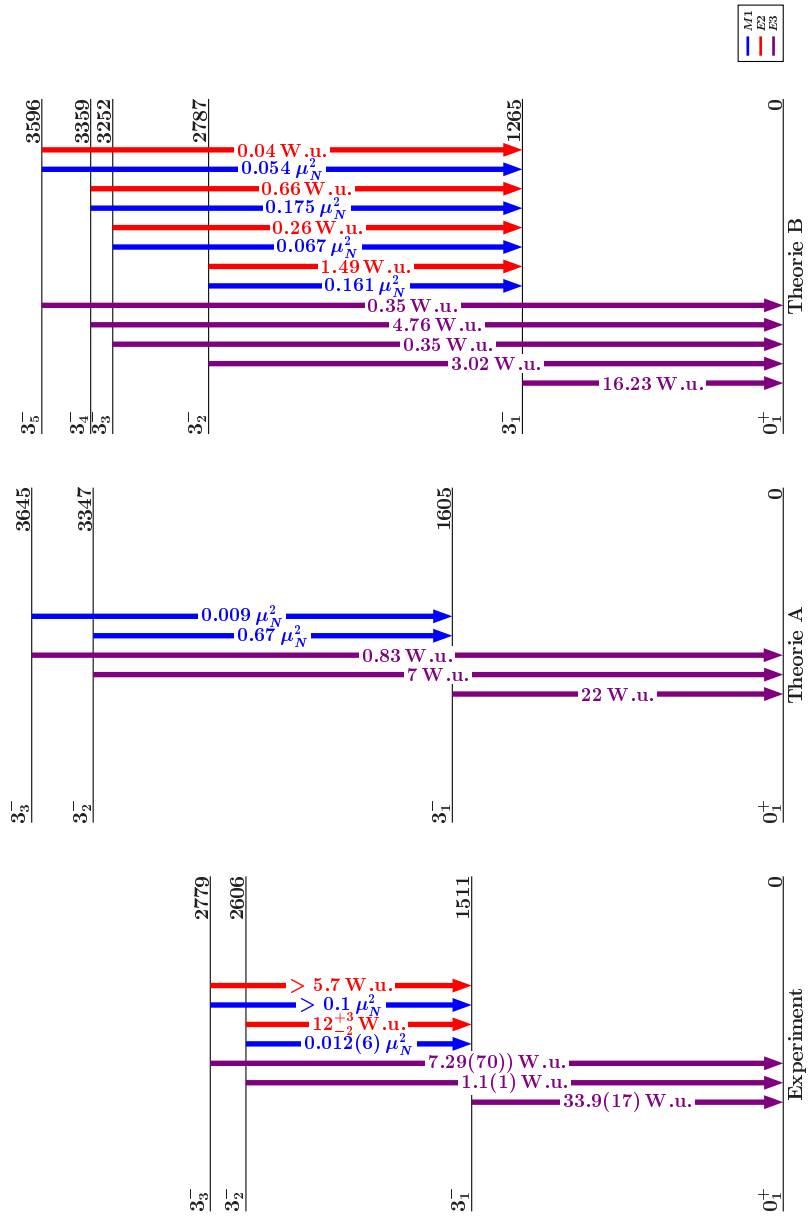



**Abbildung 7.1.:** Vergleich des experimentellen Levelschemas mit den Levelschemata aus den theoretischen Berechnungen von Ch. Stoyanov (Theorie A) und V. Ponomarev (Theorie B) [65, 68, 73].

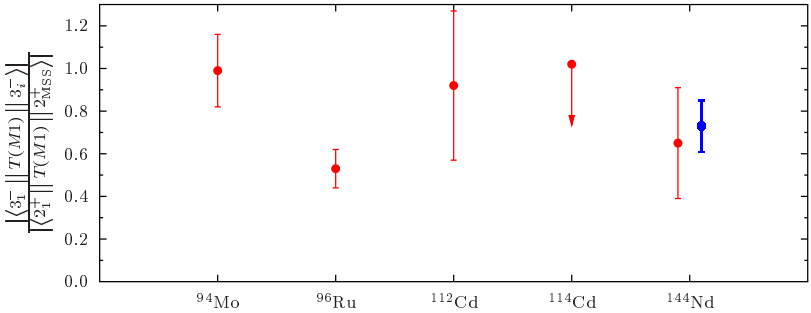



**Abbildung 7.2.:** Verhältnisse der $M1$-Matrixelemente von $3_i^- \rightarrow 3_1^-$-Übergängen zu $2^+_{\text{MSS}} \rightarrow 2_1^+$-Übergängen für verschiedene Isotope in der $A = 100$ Massenregion und $^{144}$Nd. Die Werte für $^{94}$Mo, $^{112,114}$Cd und $^{144}$Nd (rot) wurden aus Ref. [12] und den Referenzen darin übernommen. Der Datenpunkt bei $^{96}$Ru stammt aus Ref. [74]. Der in blau dargestellte Datenpunkt ist aus den Ergebnissen dieser Arbeit berechnet unter der Annahme, dass der Wert für $B(M1; 3_i^- \rightarrow 3_1^-) = 0.13(4)\,\mu_N^2$ ist.

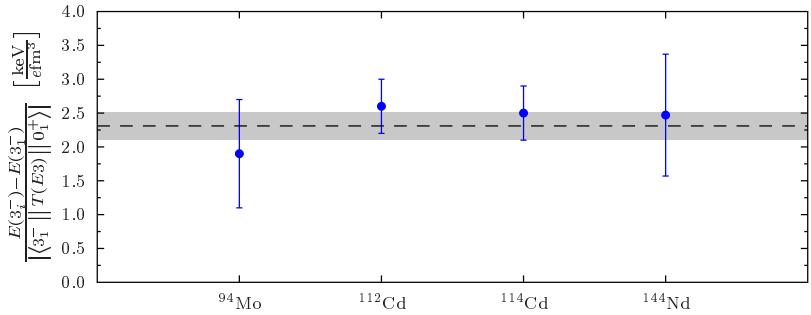



**Abbildung 7.3.:** Verhältnis der Energiedifferenzen $E(3_i^-) - E(3_1^-)$ und der $E3$-Stärke des $3_1^- \rightarrow 0_1^+$ Übergangs für verschiedene Isotope in der $A = 100$ Massenregion und $^{144}$Nd. Die Werte für $^{94}$Mo, $^{112,114}$Cd, und $^{144}$Nd (rot) wurden aus Ref. [12] übernommen. Für $^{96}$Ru kann kein Datenpunkt angegeben werden, da hier die $E3$-Stärke experimentell nicht vermessen ist.

## 7.2 2-Phonon-Oktupolzustände

In Kapitel 6 wurde bereits erwähnt, dass aus den EXILL-Daten drei Zustände als Kandidaten für 2-Phonon-Oktupolzustände vorgeschlagen werden können. Diese Zustände befinden sich bei einer Anregungsenergie von 2868 keV, 3027 keV und 3461 keV. Gründe, warum gerade diese Zustände sich als $[3_1^- \otimes 3_1^-]_J$ Zustände qualifizieren, sind ihre intensiven Zerfälle in den 1-Phonon-Oktupolzustand bei 1511 keV und ihre energetische Lage bei ungefähr bei der doppelten Energie des 1-Phonon-Oktupolzustands ($2 \cdot E(3_1^-) = 3022\,\text{keV}$).

Im Phononenbild besitzen die Zustände folgende Struktur:

$$\left|2_1^+\right\rangle = Q_2^\dagger \left|0_1^+\right\rangle, \tag{7.20}$$

$$\left|3_1^-\right\rangle = Q_3^\dagger \left|0_1^+\right\rangle, \tag{7.21}$$

$$\left|\left[2_1^+ \otimes 3_1^-\right]_J\right\rangle = \left[Q_2^\dagger Q_3^\dagger\right]_J \left|0_1^+\right\rangle, \tag{7.22}$$

$$\left|\left[3_1^- \otimes 3_1^-\right]_J\right\rangle = \left[Q_3^\dagger Q_3^\dagger\right]_J \left|0_1^+\right\rangle. \tag{7.23}$$

Übergänge zwischen diesen Zuständen werden im Phononenmodell als Vernichtung $Q_\lambda$ und Erzeugung $Q_\lambda^\dagger$ von Phononen mit entsprechendem Drehimpuls interpretiert. Der $E1$-Übergang vom $3_1^-$ Zustand in den $2_1^+$ Zustand ist in diesem Bild die Vernichtung eines Oktupolphonons und Erzeugung eines Quadrupolphonons. Ebenfalls wird beim Zerfall des 2-Phononen-Oktupolzustands in einen Zustand des Quadrupol-Oktupol-Quintetts ein Oktupolphonon vernichtet und ein Quadrupolphonon erzeugt. In einem reinen Phononenbild wären der Übergang $3_1^- \to 2_1^+$ und $[3_1^- \otimes 3_1^-]_{2^+} \to [2_1^+ \otimes 3_1^-]_{1^-}$ von der Operatorstruktur her gleich anzusehen. Der Kandidat bei 2868 keV, für den in dieser Arbeit ein Spin von $J = 2$ assoziiert wird, zeigt einen starken $E1$-Zerfall in den $3_1^-$ Zustand, der bei Analyse der Winkelkorrelation zwar ein kleines aber nicht-verschwindendes Multipol-Mischungsverhältnis von $\delta = 0.05(2)$ zeigt, was auf höhere Multipolordnungen in der Übergangsstrahlung hindeutet. $\delta$ ist hier das Verhältnis zwischen $E1$- und $M2$-Strahlung. Da bei diesem Übergang ein Oktupolphonon vernichtet wird, erwartet man, dass dieser Übergang, der in erster Ordnung eine $E1$ Multipolarität besitzt, trotzdem einen nicht-verschwindenden $E3$-Anteil hat.

In Ref. [75] wird gezeigt, dass in schweren Vibratorkernen die $E1$-Stärke des Übergangs vom 1-Phonon-Oktupolzustand in den 1-Phonon-Quadrupolzustand, $B(E1; 3_1^- \to 2_1^+)$, mit der $E1$-Stärke des Übergangs vom $1^-$ Zustand des Quadrupol-

Oktupol-Quintetts in den Grundzustand, $B(E1, 1_1^- \rightarrow 0_1^+)$, korreliert ist. In dieser Referenz wird für $^{144}$Nd ein Verhältnis von

$$\frac{B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_1^+)}{B(E1; 3_1^- \rightarrow 2_1^+)} = \frac{1.81(11)\,\text{mW.u.}}{1.02(12)\,\text{mW.u.}} = 1.77(23) \tag{7.24}$$

berechnet. Eine logische Schlussfolgerung ist, dass der Zerfall des $2^+$ Zustands bei 2868 keV in den $1_1^-$ ein Verhältnis in der gleichen Größenordnung hervorruft, da auch hier im Phononenbild die gleichen Operatoren auftreten. Durch die Messung der Lebensdauer des 2868-keV-Zustands mit GAMS ist es nun möglich, diese Übergangsstärke zu berechnen:

$$B(E1; 2868 \rightarrow 1_1^-) = 0.165^{+21}_{-7}\,\text{mW.u.}. \tag{7.25}$$

In diesen Wert sind auch die mit EXILL-Daten bestimmten Multipol-Mischungsverhältnisse und Verzweigungsverhältnisse eingeflossen. Das daraus resultierende Verhältnis

$$\frac{B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_1^+)}{B(E1; 2868 \rightarrow 1_1^-)} = \frac{1.81(11)\,\text{mW.u.}}{0.165^{+21}_{-7}\,\text{mW.u.}} = 11.0^{+8}_{-15} \tag{7.26}$$

ist jedoch um einen Faktor 10 größer als diese Theorie vorhersagt. Verwendet man statt dem Wert aus Ref. [75] für $B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_1^+)$ den Wert von S. F. Hicks [11] von 1.1(2) mW.u., reduziert sich das Verhältnis auf 6.6(12), was ebenfalls zu groß ist.

Der Zustand bei 3027 keV zeigt ebenfalls einen starken $E1$-Übergang in den $3_1^-$ Zustand, der ein nicht-verschwindendes Multipol-Mischungsverhältnis von $\delta = -0.06^{+2}_{-3}$ besitzt. Auch hier kann eine $E3$-Komponente nicht ausgeschlossen werden. Dieser Zustand liegt mit seiner Zustandsenergie am nächsten zur doppelten Energie des 1-Phonon-Oktupolzustand, jedoch zeigt der 3027-keV-Zustand kein Zerfall in einen Teil des Quadrupol-Oktupol-Quintetts.

Der Zustand bei 3461 keV besitzt von allen Kandidaten den größten $B(E1)$-Wert für den Übergang von in den $3_1^-$ Zustand, was mit der kurzen Lebensdauer von nur $\tau = 24^{+12}_{-10}$ fs zusammenhängt. Hier sei nochmal darauf hingewiesen, dass dieser Wert das Resultat der GAMS-Analyse unter der Annahme von rein primärer Fütterung des Zustands ist. Die $E1$-Stärke von

$$B(E1; 3461 \rightarrow 3_1^-) > 0.74\,\text{mWu} \tag{7.27}$$

ist vergleichbar mit der $E1$-Stärke des $1_1^- \rightarrow 0_1^+$ und des $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ Übergangs. Unter der Annahme, dass es sich bei dem Zustand bei 3461 keV um einen $J = 4$ Zustand

handelt, wurde hier das betragsmäßig größte Multipol-Mischungsverhältnis von allen Kandidaten von −0.10(4) ermittelt.

Eine zweifelsfreie Identifikation der Kandidaten als 2-Phonon-Oktupolzustände kann nur durch eine Messung der jeweiligen $E3$-Stärke erfolgen, die den Kandidaten mit dem 1-Phonon-Oktupolzustand verbinden, was experimentell eine Herausforderung darstellt. Ebenfalls ist es notwendig, theoretische Berechnungen für die Übergangsstärken durchzuführen, um sie mit den experimentell gewonnenen Werten zu vergleichen.

## 7.3 Ausblick

Die Problematik, dass aus der GAMS-Analyse lediglich eine obere Grenze für die Lebensdauer $\tau(3_3^-)$ ermittelt werden konnte, liegt an der Modellierung und Implementierung des Abbremsverhaltens in der verwendeten Analyse-Software [52]. Eine Änderung der verwendeten Software, was im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr möglich war, und eine anschließende nochmalige Analyse der GAMS-Daten wird einen verlässlichen Lebensdauerwert für den $3_3^-$ sowie den 3460-keV-Zustand liefern. Mit Hilfe dieser Werte kann die $B(M1)$-Stärke des $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ Übergangs präzise bestimmt werden, was eine noch bessere Interpretation des $3_3^-$ Zustands als isovektoriellen Oktupolzustand zulassen wird.

Die Vermessung von $^{144}$Nd mit EXILL und GAMS stellt den Anfang einer groß angelegten Kampagne der Kollaboration in der Region um den Kern $^{144}$Ba dar, welcher mit $B(E3; 3_1^- \rightarrow 0_1^+) = 48^{+25}_{-34}$ W.u. [14] die größte Oktupolstärke in der Region um $A = 144$ aufweist. Kürzlich wurde am ILL ein Proposal für ein $(\mathrm{n}, \gamma)$-Experiment am Nachfolgeaufbau von EXILL, FIPPS, akzeptiert, mit dem Ziel isovektorielle Anregungen in $^{146}$Nd zu untersuchen. In $^{146}$Nd gehen aus $(\mathrm{d}, \mathrm{d}')$- und $(\mathrm{p}, \mathrm{p}')$-Experimenten die $3^-$ Zustände bei 2335 keV und 2525 keV aufgrund hoher $E3$-Stärken als Kandidaten für isovektorielle Oktupolzustände hervor [17]. In der NNDC Datenbank ist zurzeit lediglich für den 2525-keV-Zustand ein Übergang in den $3_1^-$ Zustand gelistet. Durch das $^{145}$Nd$(\mathrm{n}, \gamma)$-Experiment an FIPPS wird man in der Lage sein, die Multipol-Mischungsverhältnisse in $^{146}$Nd zu bestimmen und die spektroskopische Datenlage für diesen Kern in erheblichem Maße zu verbessern.

# A Levelschemata

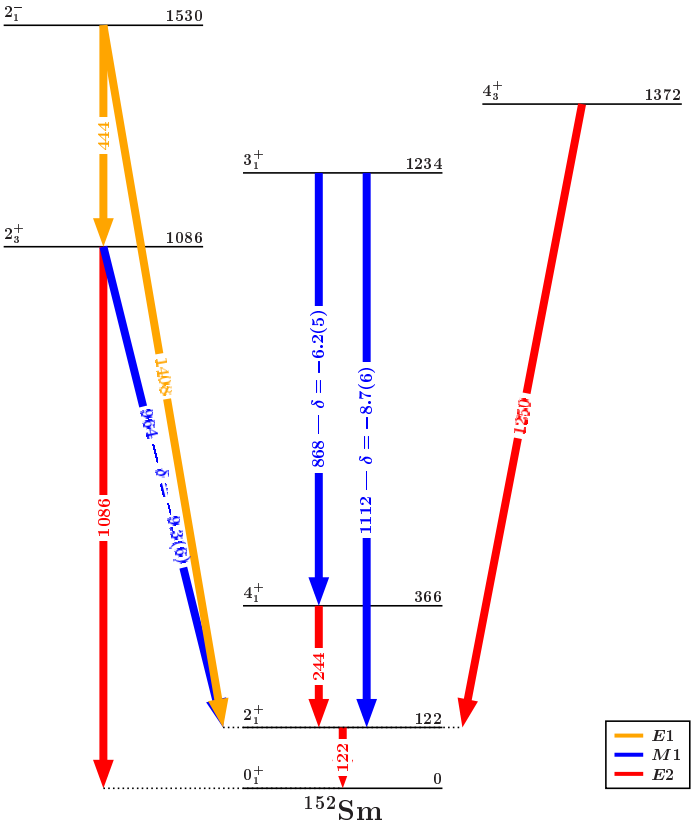



**Abbildung A.1.:** Partielles Levelschema von $^{152}$Sm. Es sind nur die Zustände gezeigt, die durch Elektroneneinfang von $^{152}$Eu bevölkert werden. Der Farbcode zeigt die niedrigste Ordnung der $\gamma$-Übergänge. Daten entnommen aus NNDC.

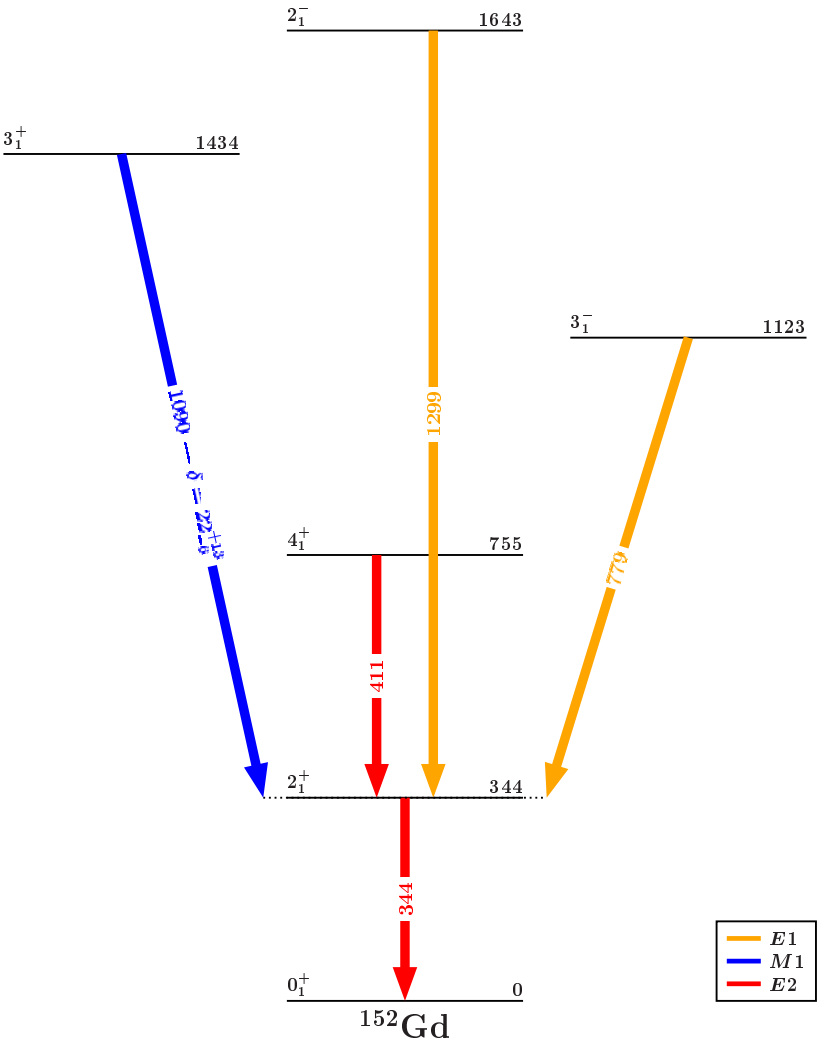



**Abbildung A.2.:** Partielles Levelschema von $^{152}$Gd. Es sind nur die Zustände gezeigt, die durch $\beta^-$-Zerfall von $^{152}$Eu bevölkert werden. Der Farbcode zeigt die niedrigste Ordnung der $\gamma$-Übergänge. Daten entnommen aus NNDC.

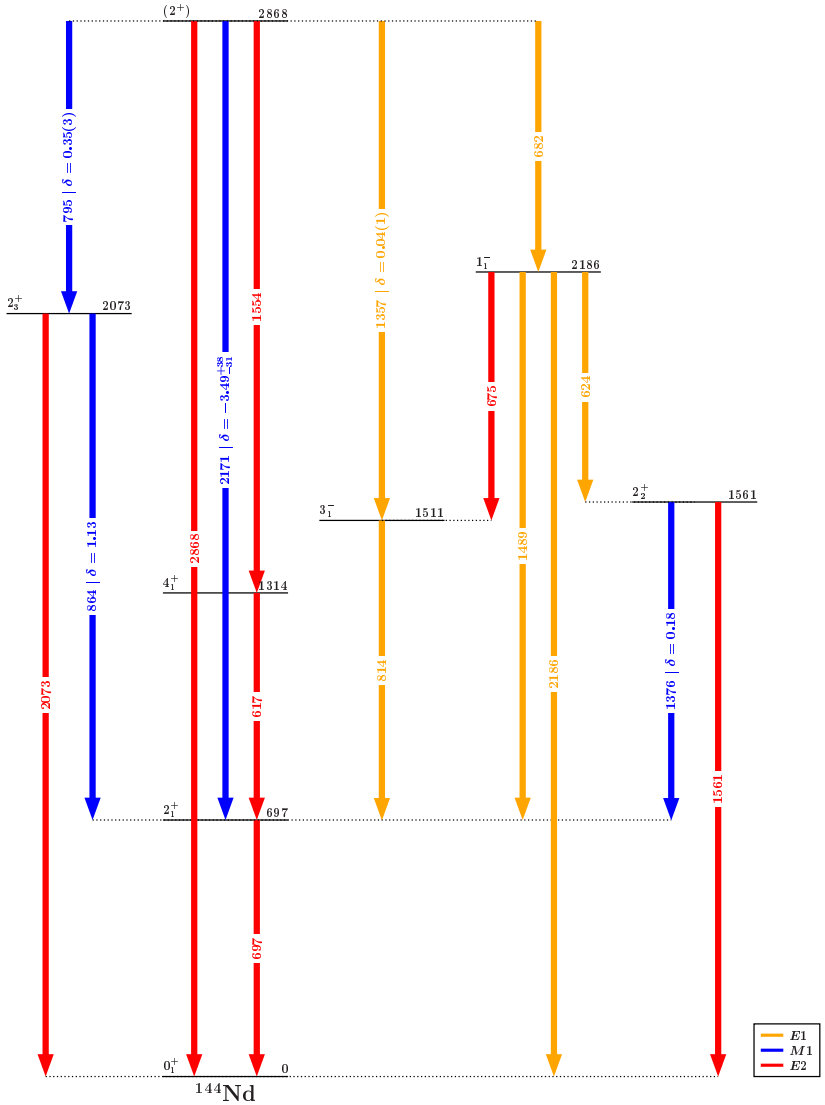



**Abbildung A.3.:** Entvölkerung des 2868-keV-Zustands in $^{144}$Nd. Dieser Zustand ist ein Kandidat für ein $[3^-_1 \otimes 3^-_1]_{2^+}$ Zustand.

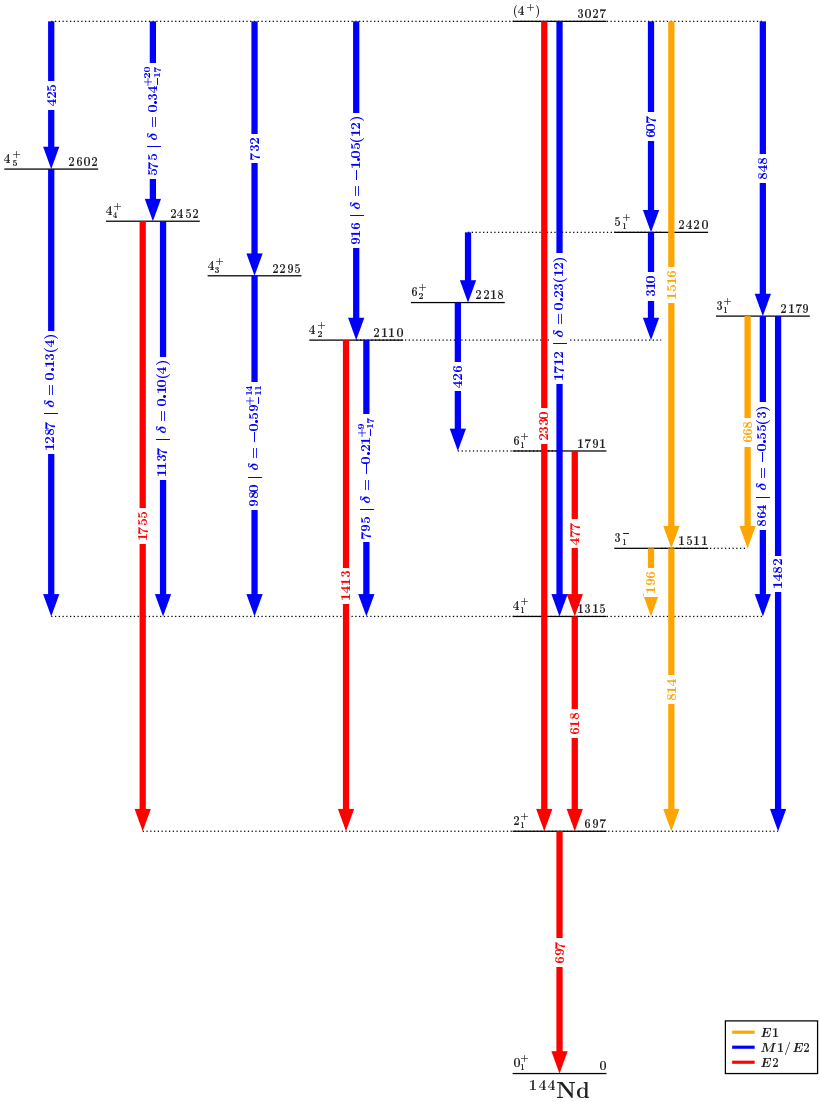



**Abbildung A.4.:** Entvölkerung des 3027-keV-Zustands in $^{144}$Nd. Dieser Zustand ist ein Kandidat für ein $[3^-_1 \otimes 3^-_1]_{4^+}$ Zustand.

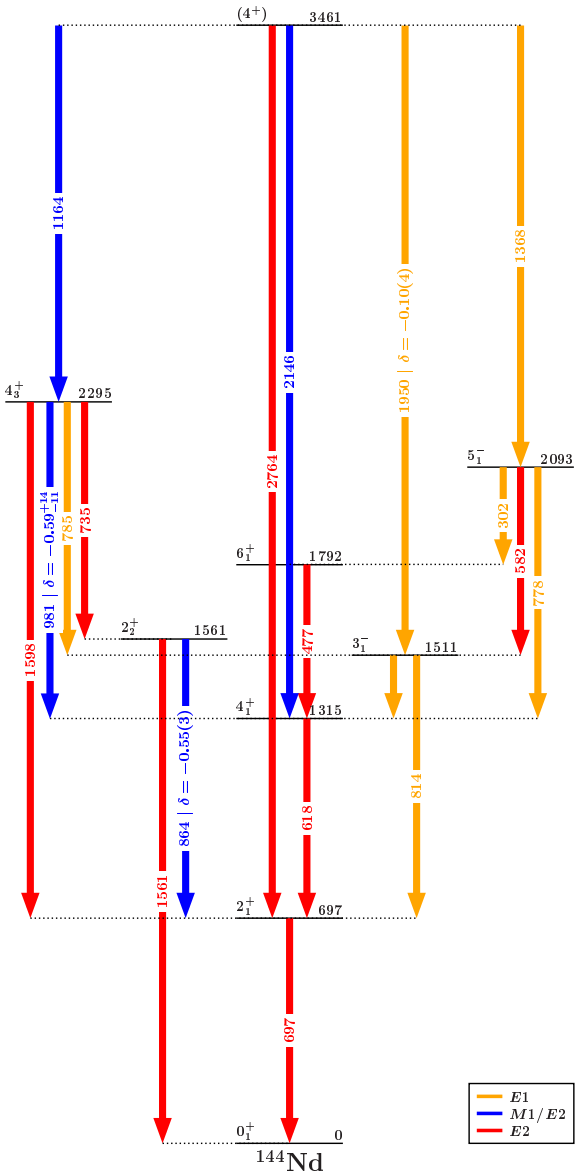



**Abbildung A.5.:** Entvölkerung des 3061-keV-Zustands in $^{144}$Nd. Dieser Zustand ist ein Kandidat für ein $[3^-_1 \otimes 3^-_1]_{4^+}$ Zustand.

# B Literaturverzeichnis


[1] A. Richter, In: *Proc. of the Int. Conf. on Nuclear Physics* (1983).

[2] N. Lo Iudice und F. Palumbo, Phys. Rev. Lett. **41**, 1532 (1978).

[3] F. Iachello und A. Arima, *The Interacting Boson Model*, Cambridge University Press (1987).

[4] M. A. Caprio und F. Iachello, Annals of Physics **318**, 454 (2005).

[5] K. Heyde, P. von Neumann-Cosel und A. Richter, Reviews of Modern Physics **82**, 2365 (2010).

[6] F. Iachello, Phys. Rev. Lett. **53**, 1427 (1984).

[7] N. Pietralla, P. von Brentano und A. F. Lisetskiy, Progress in Particle and Nuclear Physics **60**, 225 (2008).

[8] N. A. Smirnova, N. Pietralla, T. Mizusaki und P. van Isacker, Nucl. Phys. A **678**, 235 (2000).

[9] C. Fransen *et al.*, Phys. Rev. C **67**, 024307 (2003).

[10] U. Kneissl, N. Pietralla und A. Zilges, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **32**, R217 (2006).

[11] S. F. Hicks, C. M. Davoren, W. M. Faulkner und J. R. Vanhoy, Phys. Rev. C **57**, 2264 (1998).

[12] M. Scheck *et al.*, Phys. Rev. C **81**, 064305 (2010).

[13] M. Scheck, J. Phys.: Conf. Ser. **366**, 012040 (2012).

[14] B. Bucher *et al.*, Phys. Rev. Lett. **116**, 112503 (2016).

[15] S. J. Robinson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73**, 412 (1994).

[16] S. J. Robinson *et al.*, Phys. Lett. B **465**, 61 (1999).

[17] M. Pignanelli, Nucl. Phys. A **559**, 1 (1993).

[18] M. Yeh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 1208 (1996).

[19] M. Yeh *et al.*, Phys. Rev. C **57**, R2085 (1998).

[20] L. Caballero *et al.*, Phys. Rev. C **81**, 031301 (2010).

[21] T. Mayer-Kuckuk, *Kernphysik*, B.G. Teubner Stuttgart, 6. Auflage (1994).

[22] A. Bohr und B. Mottelson, *Nuclear Structure*, Band I, W.A. Benjamin, Inc. (1969).

[23] C. Bertulani, *Nuclear Physics in a Nutshell*, Princeton University Press (2007).

[24] C. Stahl, N. Pietralla, G. Rainovski und M. Reese, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **770**, 123 (2015).

[25] K. S. Krane, R. M. Steffen und R. M. Wheeler, Nuclear Data Tables **11**, 351 (1973).

[26] J. Beller, *Systematische Untersuchung exotischer Zerfallskanäle der Scherenmode in Gadoliniumisotopen*, Dissertation, TU Darmstadt (2014).

[27] M. E. Rose, Phys. Rev. **91**, 610 (1953).

[28] J. Hubbell und S. Seiltzer, *Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficients from* 1 keV *to* 20 MeV *for Elements* $Z = 1$ *to 92 and 48 Additional Substances of Dosimetric Interest* (2016), [Online; Stand 15. August 2016].

[29] S. Akkoyun *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **668**, 26 (2012).

[30] B. Alikhani *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **675**, 144 (2012).

[31] B. Alikhani, *Aufbau und Inbetriebnahme des DAGATA-Polarimeters*, Dissertation, TU Darmstadt (2012).

[32] O. Klein und T. Nishina, Z. Physik **52**, 853 (1929).

[33] L. W. Fagg und S. S. Hanna, Rev. Mod. Phys. **31**, 711 (1959).

[34] N. T. Zhang *et al.*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **40**, 035101 (2013).

[35] V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons*, IOP Publishing Ltd. (1992).

[36] L. Rayleigh, *Theory of Sound*, Macmillan and Co. (1877).

[37] P. Kleinheinz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **48**, 1457 (1982).

[38] S. Lunardi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **53**, 1531 (1984).

[39] M. Piiparinen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 150 (1993).

[40] P. O. Lipas, P. von Brentano und A. Gelberg, Rep. Prog. Phys. **53**, 1355 (1990).

[41] N. Lo Iudice *et al.*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **39**, 043101 (2012).

[42] N. Lo Iudice *et al.*, Phys. Rev. C **80**, 024311 (2009).

[43] N. Lo Iudice *et al.*, Phys. Rev. C **77**, 044310 (2008).

[44] J. Jolie *et al.*, EPJ Web of Conferences **93**, 01014 (2015).

[45] J. Simpson *et al.*, Acta Phys. Hungarica, New Series, Heavy Ion Physics **11**, 159 (2000).

[46] D. Bazzaco, Proc. Int. Conf. Nuclear Structure at High Angular Momentum **2**, 376 (1992).

[47] A. Blanc *et al.*, EPJ Web of Conferences **93**, 01015 (2015).

[48] Brookhaven National Laboratory, *National Nuclear Data Center* (2016).

[49] E. R. Reddingius *et al.*, Physica **38**, 48 (1968).

[50] M. Scheck, *Private Kommunikation*, `Marcus.Scheck@uws.ac.uk`.

[51] E. T. Gregor, *Private Kommunikation*, `E.T.Gregor@uws.ac.uk`.

[52] M. Jentschel, *Private Kommunikation*, `jentsch@ill.fr`.

[53] P. Nolan und J. Sharpey-Schafer, Rep. Prog. Phys. **42**, 1 (1979).

[54] H. Börner und J. Jolie, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19**, 217 (1993).

[55] W. Neuwirth, U. Hauser und E. Kühn, Z. Physik **220**, 241 (1969).

[56] K. Wetzel, Phys. Rev. **181**, 1465 (1969).

[57] Z. Janout, S. Pospíšil und M. Vobecký, Journal of Radioanalytical Chemistry **56**, 71 (1980).

[58] A. Blanc, *Private Kommunikation*, blanc@ill.fr.

[59] W. Urban *et al.*, Journal of Instrumentation **8**, P03014 (2013).

[60] J. Lange, K. Kumar und J. H. Hamilton, Rev. Mod. Phys. **54**, 119 (1982).

[61] R. H. Spear *et al.*, Aust. J. Phys. **42**, 345 (1989).

[62] J. R. Vanhoy *et al.*, Phys. Rev. C **52**, 2387 (1995).

[63] A. Gade *et al.*, Phys. Rev. C **69**, 054321 (2004).

[64] D. M. Snelling und W. D. Hamilton, J. Phys. G: Nucl. Phys. **9**, 763 (1983).

[65] C. Stoyanov, *Private Kommunikation*, stoyanov@inrne.bas.bg.

[66] J. K. Tuli, Nuclear Data Sheets **56**, 607 (1989).

[67] M. Jentschel *et al.*, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. **105**, 25 (2000).

[68] V. Yu. Ponomarev, *Private Kommunikation*, ponomare@crunch.ikp.physik.tu-darmstadt.de.

[69] T. Kröll, *Untersuchung von kollektiven Zuständen in $^{232}$Th mit dem 4$\pi$ $\gamma$-Spektrometer GASP*, Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt a. M. (1996).

[70] B. D. Valnion *et al.*, Phys. Rev. C **63**, 024318 (2001).

[71] L. Bargioni *et al.*, Phys. Rev. C **51**, R1057 (1995).

[72] M. J. Werner, *Geant4-Simulation eines EXOGAM-Clover-Detektors*, Bachelor-Thesis, TU Darmstadt (2015), Unveröffentlicht.

[73] R. Perrino *et al.*, Nucl. Phys. A **561**, 343 (1993).

[74] A. Hennig *et al.*, Phys. Rev. C **92**, 064317 (2015).

[75] N. Pietralla, Phys. Rev. C **59**, 2941 (1999).

# C Eigene Publikationen


[76] S. Bönig *et al.*, *Quadrupole collectivity in $^{128}$Cd*, In Vorbereitung.

[77] S. Bönig *et al.*, EPJ Web of Conferences **66**, 02012 (2014).

[78] P. Egelhof *et al.*, J. Phys.: Conf. Ser. **6**, 020049 (2015).

[79] T. Grahn *et al.*, Eur. Phys. J. A **52**, 340 (2016).

[80] T. Grahn *et al.*, EPJ Web of Conferences **63**, 01009 (2013).

[81] E. T. Gregor *et al.*, *Shell structure of stable $N = 50 - 56$ Zr and Mo nuclei with respect to low-lying octupole excitations*, In Vorbereitung.

[82] S. Ilieva *et al.*, Phys. Rev. C **94**, 034302 (2016).

[83] S. Ilieva *et al.*, Phys. Rev. C **89**, 014313 (2014).

[84] J. Jolie *et al.*, J. Phys.: Conf. Ser. **533**, 012026 (2014).

[85] T. Kröll *et al.*, J. Phys.: Conf. Ser. **724**, 012026 (2016).

[86] R. Lică *et al.*, *$\beta$ decay studies of n-rich Cs with the ISOLDE Decay Station*, Übermittelt an J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.

[87] M. Schilling *et al.*, *TBD*, In Vorbereitung.

[88] M. von Schmid *et al.*, Phys. Scr. **2015**, 014005 (2015).

[89] M. von Schmid *et al.*, EPJ Web of Conferences **66**, 03093 (2014).

[90] R. Stegmann *et al.*, Phys. Rev. C **91**, 054326 (2015).

[91] M. Thürauf, *Bestimmung der Lebensdauer des ersten $2^+$-Zustandes in $^{126}$Cd unter Verwedung der DSA Methode*, Master-Thesis, TU Darmstadt (2012).

[92] M. Thürauf, *Bestimmung der Wechselwirkungspunkte von Photonen in einem AGATA-Detektor mittels Waveletanalyse*, Bachelor-Thesis, TU Darmstadt (2010), Unveröffentlicht.

[93] M. Thürauf *et al.*, J. Phys.: Conf. Ser. **724**, 012050 (2016).

[94] N. Warr *et al.*, Eur. Phys. J. A **49**, 40 (2013).

[95] J. C. Zamora *et al.*, Phys. Lett. B **763**, 16 (2016).

[96] J. C. Zamora *et al.*, Phys. Scr. **2015**, 014006 (2015).

# D Abbildungsverzeichnis


1.1. Partielles Levelschema des Schalenmodells und mögliche Konfiguration eines Oktupolzustands . . . 11
1.2. Ausschnitt aus der Nuklidkarte um das Isotop $^{144}$Nd. . . . 12
1.3. Partielles Levelschema von $^{144}$Nd . . . 14

2.1. Messung der Winkelkorrelation . . . 24
2.2. Winkelkorrelation verschiedener Kaskaden . . . 27
2.3. Winkelkorrelationen einer 2-2-0-Kaskade für verschiedene $\delta$ . . . 28
2.4. Plot möglicher $A_{22}$-$A_{44}$-Kombinationen für verschiedene $\delta$ . . . 29
2.5. Geometrie einer Winkelkorrelationsmessung mit zwei zylinderförmigen Detektoren . . . 30
2.6. Theoretische Abschwächungsfaktoren $Q_2$ und $Q_4$ . . . 33
2.7. Analysierstärke eines idealen Polarimeters . . . 35
2.8. Aufbau eines herkömmlichen Compton-Polarimeters . . . 36
2.9. Linearpolarisation einer $0^+ \to 2^+ \to 0^+$, $0^+ \to 1^- \to 0^+$ und $4^+ \to 2^+ \to 0^+$ Kaskade . . . 37
2.10. Anordnung der HPGe-Kristalle eines EXOGAM-Clover-Detektors . . . 39

3.1. Vibrationsmoden der Kernoberfläche für $0 \leq \lambda \leq 4$ . . . 42
3.2. Levelschema eines harmonischen Vibratorkerns . . . 45
3.3. Levelschema eines IBM-2 Hamiltonians mit $U(5)$-Symmetrie und $N_\pi = N_\nu = 1$ . . . 47

4.1. Schematischer Aufbau von EXILL . . . 55
4.2. EXILL-Setup an der kalten Neutronentransferlinie PF1B am ILL . . . 56
4.3. Gesamtspektrum der EXOGAM-Detektoren von einem Run der $^{143}$Nd(n,$\gamma$)-Messung . . . 59
4.4. Gesamtspektrum der EXOGAM-Detektoren von einem Run der $^{143}$Nd(n,$\gamma$)-Messung . . . 60
4.5. Lageplan der GAMS6-Kasematte und des Reaktors . . . 61
4.6. Vergleich verschiedener Methoden mit Sensitivitätslimits zur Messung der Lebensdauer angeregter Kernzustände . . . 62

4.7. Maximale Rückstoßgeschwindigkeit $\beta$ des Kerns nach der Emission des primären Photons mit der Energie $E_0$ in Abhängkeit von der Massenzahl $A$ . . . . . 63
4.8. Dopplerverschiebung $\Delta E$ eines Kerns . . . . . 65
4.9. CAD-Zeichungen des GAMS6-Aufbaus . . . . . 66
4.10. GAMS6 im dispersiven und nicht-dispersiven Modus . . . . . 68

5.1. Zeitdifferenzen zwischen dem Referenz-ADC (Exo1A) und verschiedenen anderen ADC . . . . . 71
5.2. Aufbau eines Listmode-Eintrags bei EXILL . . . . . 71
5.3. Graphische Darstellung des Sortierverfahrens . . . . . 72
5.4. Graphische Darstellung des Eventbuilding-Algorithmus . . . . . 77
5.5. Relative Effizienz des Detektors Exo1 . . . . . 78

6.1. Zeitdifferenzspektrum von Ereignissen zweier HPGe-Detektoren . . . 81
6.2. Winkelkorrelationsfunktion, $A_{22}$-$A_{44}$-Plot und reduziertes $\chi^2$ für Fit des Multipol-Mischungsverhältnisses des Übergangs $3_1^+ \rightarrow 4_1^+$ . . . . . 85
6.3. Reduzierte $\chi^2$-Funktion der Fits von $\delta(2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ . . . . . 87
6.4. Projiziertes Spektrum der $\gamma\gamma$-Matrix . . . . . 91
6.5. Winkelkorrelationsfunktion und reduziertes $\chi^2$ für Fit des Multipol-Mischungsverhältnisses des Übergangs $3_3^- \rightarrow 3_1^-$ . . . . . 93
6.6. Messung der Instrument-Antwort-Funktion . . . . . 95
6.7. Abbremsverhalten eines Kerns für verschiedene $\gamma$-Energien . . . . . 97
6.8. Messung der thermischen Verbreiterung . . . . . 98
6.9. Spektrum aus der Messung der 2082-keV-Linie . . . . . 99
6.10. Instrument-Antwort-Funktion der 2082-keV-Linie für verschiedene dispersive Beugungsordnungen . . . . . 100
6.11. $\chi^2$-Verteilung der an die GAMS-Daten für den 2779-keV-Zustand angefitteten Peakformen . . . . . 101
6.12. Feeding-Szenario für den $3_3^-$ Zustand in $^{144}$Nd . . . . . 102
6.13. Zerfallsschema des $3_3^-$ Zustands in $^{144}$Nd . . . . . 105
6.14. Projiziertes Spektum der $\gamma\gamma$-Matrix mit einem Gate auf den 814-keV-Übergang . . . . . 107
6.15. $\chi^2$-Verteilung der an die GAMS-Daten für den 2868-keV-Zustand angefitteten Peakformen . . . . . 111
6.16. $\chi^2$-Verteilung der an die GAMS-Daten für den 3027-keV-Zustand angefitteten Peakformen . . . . . 112
6.17. Verlauf der Polarisationssensitivität $Q$ . . . . . 114
6.18. Verlauf der Polarisationssensitivität $Q$ . . . . . 115
6.19. Experimentell bestimmte Polarisationssensitivität aus EXILL-Daten . . 117

7.1. Vergleich des experimentellen Levelschemas mit den Levelschemata aus theoretischen Berechungen . . . . . 129
7.2. Verhältnisse der $M1$-Matrixelemente von $3_i^- \rightarrow 3_1^-$-Übergängen zu $2^+_{\mathrm{MSS}} \rightarrow 2_1^+$-Übergängen für verschiedene Isotope . . . . . 130
7.3. Verhältnis der Energiedifferenzen $E(3_i^-) - E(3_1^-)$ und der $E3$-Stärke des $3_1^- \rightarrow 0_1^+$ Übergangs für verschiedene Isotope . . . . . 130

A.1. Partielles Levelschema von $^{152}$Sm . . . . . 135
A.2. Partielles Levelschema von $^{152}$Gd . . . . . 136
A.3. Entvölkerung des 2868-keV-Zustands . . . . . 137
A.4. Entvölkerung des 3027-keV-Zustands . . . . . 138
A.5. Entvölkerung des 3061-keV-Zustands . . . . . 139

# E Tabellenverzeichnis


2.1. Paritätsänderung bei elektromagnetischen Übergängen mit dem Strahlungscharakter $\sigma$ und der Multipolordnung $L$ . . . . . 18
2.2. Liste der Koeffizienten $C(\sigma L)$ . . . . . 21

4.1. $(n,\gamma)$-Wirkungsquerschnitte und relative Anteile für die in natürlichem $Nd_2O_3$ vorkommenden Isotope . . . . . 64

6.1. Übersicht experimenteller und theoretischer Übergangsstärken von $2_i^+ \to 0_1^+$- und $2_i^+ \to 2_1^+$-Übergängen . . . . . 88
6.2. Übersicht experimenteller und theoretischer Übergangsstärken von $4_i^+ \to 2_1^+$- und $4_i^+ \to 4_j^+$-Übergängen . . . . . 89
6.3. Verwendete Parameter für das Programm FNEVAL . . . . . 96
6.4. Verzweigungsverhältnisse der depopulierenden Übergänge der $2_2^+$-, $3_1^-$- und $3_3^-$ Zustände . . . . . 103
6.5. Übersicht experimenteller und theoretischer Übergangsstärken von $3_i^- \to 0_1^+$- und $3_i^- \to 3_1^-$-Übergängen . . . . . 106
6.6. Verzweigungsverhältnisse der depopulierenden Übergänge der Zustände bei 2868 keV, 3027 keV und 3461 keV . . . . . 108
6.7. Übersicht experimenteller Multipol-Mischungsverhältnisse und Übergangsstärken von entvölkernden Übergängen der 2-Phonon-Oktupol-Kandidaten bei 2868 keV und 3027 keV . . . . . 118
6.8. Übersicht experimenteller Multipol-Mischungsverhältnisse und Übergangsstärken von entvölkernden Übergängen des 2-Phonon-Oktupol-Kandidaten bei 3461 keV . . . . . 119

7.1. Theoretische Übergangsstärken aus dem QPM-Modell von V. Ponomarev . . . . . 123
7.2. Theoretische Übergangsstärken aus dem QPM-Modell von Ch. Stoyanov . . . . . 123
7.3. Berechnung der Verhältnisse der $M1$-Matrixelemente von $3_i^- \to 3_1^-$-Übergängen zu $2_{MSS}^+ \to 2_1^+$-Übergängen für verschiedene Isotope . . . 126
7.4. Berechnung der Verhältnisse der Energiedifferenzen $E(3_i^-) - E(3_1^-)$ und der $E3$-Stärke des $3_1^- \to 0_1^+$-Übergangs für verschiedene Isotope . 127

# F Danksagung

Am Ende dieser Arbeit ist es Zeit, den vielen Personen, die mich auf dem Weg durch mein (Promotions-)Studium unterstützt und begleitet haben, zu danken. Ich möchte mich vor allem bei denen bedanken, die mir durch Diskussionen neue Impulse und Denkansätze geliefert haben, die in diese Arbeit eingeflossen sind.

Ich möchte Thorsten Kröll danken, dass er mir diese Promotion in seiner Arbeitsgruppe ermöglicht hat und mir mit Rat und Tat zur Seite stand und sich Zeit für verschiedene Diskussionen genommen hat.

Ebenfalls möchte ich mich bei Marcus Scheck bedanken, der auf dem Gebiet der Oktupolanregungen Pionierarbeit geleistet hatte und ohne den es dieses Projekt nicht gegeben hätte.

Ebenso gilt mein Dank Volker Werner, den ich beim EXILL-Experiment kennen lernen durfte und ein unschätzbarer Experte für viele physikalische Probleme insbesondere Winkelkorrelationen ist.

Vielen Dank an Michael Jentschel, der mich bei der Planung, Durchführung und Auswertung der GAMS-Messung unterstützt hat und mir häuifg spontan am Telefon Fragen beantworten musste.

Ich möchte mich bei den Mitgliedern der AG Kröll bedanken, die auch über die Arbeitszeit hinaus für mich da waren: Alexander Ignatov, Tania Ilieva, Mirko von Schmid, Guillermo Fernández Martínez, Anna-Lena Hartig, Corinna Henrich, Ilja Homm, Han-Bum Rhee, Christian Sürder und die vielen AG-Kröll-Bachelor- und -Master-Studenten, die ich jetzt nicht aufgezählt habe.

Mein Dank gilt ebenfalls der 3-Uhr-Kaffeepausen-Crew, die bei diversen Kaffeepausen, Spieleabenden, LAN-Parties und vieles mehr ein offenes Ohr für Probleme jeglicher Art hatten: Christopher Bauer, Tobias Beck, Jacob Beller, Udo Gayer, Johann Isaak, Jörn Kleemann, Marco Knösel, Thomas Möller, Matthias Nicolay, Oliver Papst, Philipp Ries, Chistopher Romig, Marcel Schilling, Christian Stahl, Robert Stegmann, Johannes Wiederhold und Markus Zweidinger.

Ich möchte meinen Freunden und Bekannten danken, die sich häufig nach dem aktuellen Stand meiner Promotion erkundigt haben und mir viel Erfolg gewünscht haben.

Zuletzt möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich begleitet haben und häufig das Problem hatten, erklären zu müssen, was denn ihr Sohn macht: „irgendwas mit 144“.

Für finanzielle Unterstützung möchte ich mich bei der Deutschen-Forschungsgemeinschaft (KR 1267/2-1, KR 1267/2-2), „HGS-Hire for Fair“ und dem ILL bedanken.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

| | |
|---|---|
| Name | Michael Friedrich Erhard Thürauf |
| Geburtsdatum | 25. Mai 1987 |
| Geburtsort | Heidelberg |
| Staatsangehörigkeit | deutsch |
| Familienstand | ledig |

## Schulausbildung

| | |
|---|---|
| 1993 – 1997 | Grundschule, *Goethe-Schule*, Hemsbach |
| 1997 – 2006 | Gymnasium, *Altes Kurfürstliches Gymnasium*, Bensheim |
| Juni 2006 | Abitur (Note: 1.8) |

## Zivildienst

| | |
|---|---|
| 03.07.2006 – 31.03.2007 | *St. Laurentius Kirche*, Hemsbach |

## Hochschulausbildung

| | |
|---|---|
| 01.10.2007 – 31.07.2012 | Physikstudium, *TU Darmstadt* |
| Oktober 2010 | Bachelor-Thesis (Note: „sehr gut“)<br>*Bestimmung der Wechselwirkungspunkte von Photonen in einem AGATA-Detektor mittels Waveletanalyse* |
| Juli 2012 | Master-Thesis (Note: „sehr gut“)<br>*Bestimmung der Lebensdauer des ersten $2^+$-Zustandes in $^{126}$Cd unter Verwendung der DSA Methode* |
| seit Aug 2012 | Promotionsstudium, *TU Darmstadt* |